

Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ
ДЕЙСТВИЯ

Рабочая тетрадь по алгебре

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»

учени _____ класса _____

_____ ШКОЛЫ _____

8
класс



Учебно-методический комплект

Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ

Рабочая тетрадь по **АЛГЕБРЕ**

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»
(М. : Просвещение)

8 класс

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2020

УДК 373:512
ББК 22.14я72
Е71

Имена авторов, название и содержание произведений используются в данной книге в учебных целях в объёме, оправданном целью цитирования (ст. 1274 п. 1 части четвёртой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Ерина Т. М.

Е71 Универсальные учебные действия. Рабочая тетрадь по алгебре: 8 класс: к учебнику Ю. Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс», ФГОС (к новому учебнику) / Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина. — М.: Издательство «Экзамен», 2020. — 128 с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-14013-9

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Авторами предложены разнообразные упражнения по всем темам, изложенным в учебнике, способствующие формированию у учащихся универсальных учебных действий (УУД): поиск и выделение необходимой информации, осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме; анализ, синтез, выбор оснований и критериев для сравнения, анализ истинности утверждений, доказательство, самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера, планирование учебного сотрудничества со сверстниками.

В соответствии с функциями в УУД выделены четыре группы: 1) личностные, 2) познавательные, 3) регулятивные, 4) коммуникативные. Согласно федеральному государственному образовательному стандарту формирование УУД должно являться целью обучения и создаваться при освоении учениками каждой предметной области с учетом ее специфики.

Рабочая тетрадь насыщена задачами, предполагающими привлечение для их решения информации, поиск которой посилен ученикам 8 классов. Увлекательные задачи затрагивают широкий спектр знаний, содержат твердую математическую основу, требуют смекалки.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:512
ББК 22.14я72

Учебное издание

Ерина Татьяна Михайловна

Ерина Мария Юрьевна

Универсальные учебные действия

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО АЛГЕБРЕ

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс»

8 класс

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат № РОСС RU C-RU.AK01.H.04670/19 с 23.07.2019 г.

Главный редактор *Л. Д. Ланно*. Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*. Корректоры *В. В. Кожуткина, Т. И. Шитикова*
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*. Компьютерная верстка *М. В. Горькова, А. П. Юскава*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8. www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz; по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Подписано в печать 25.12.2019. Формат 60х90/8. Гарнитура «Arial». Бумага офсетная.
Уч.-изд. л. 4,62. Усл. печ. л. 16. Тираж 10 000 экз. Заказ №0047/20

Общероссийский классификатор продукции ОК 034-2014; 58.11.1 — книги печатные

Дата изготовления: январь 2020 г.

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», Россия, 170546, г. Тверь, www.pareto-print.ru

ISBN 978-5-377-14013-9

© Ерина Т. М., Ерина М. Ю., 2020
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2020



СОДЕРЖАНИЕ

1. Рациональные выражения.....	4
2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей.....	6
3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.....	10
4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.....	13
5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень.....	18
6. Деление дробей.....	21
7. Преобразование рациональных выражений.....	23
8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график.....	26
10. Рациональные числа.....	30
11. Иррациональные числа.....	33
12. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень.....	35
13. Уравнение $x^2 = a$	39
14. Нахождение приближённых значений квадратного корня.....	41
15. Функция $y = \sqrt{x}$ и её график.....	45
16. Квадратный корень из произведения и дроби.....	48
17. Квадратный корень из степени.....	51
18. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня.....	54
19. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.....	56
21. Неполные квадратные уравнения.....	60
22. Формула корней квадратного уравнения.....	64
23. Решение задач с помощью квадратных уравнений.....	70
24. Теорема Виета.....	73
25. Решение дробных рациональных уравнений.....	77
26. Решение задач с помощью рациональных уравнений.....	82
28. Числовые неравенства.....	86
29. Свойства числовых неравенств.....	89
30. Сложение и умножение числовых неравенств.....	92
31. Погрешность и точность приближения.....	96
32. Пересечение и объединение множеств.....	99
33. Числовые промежутки.....	102
34. Решение неравенств с одной переменной.....	105
35. Решение систем неравенств с одной переменной.....	110
37. Определение степени с целым отрицательным показателем.....	114
38. Свойства степени с целым показателем.....	116
39. Стандартный вид числа.....	119
40. Сбор и группировка статистических данных.....	121
41. Наглядное представление статистической информации.....	126

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие выражения называются целыми? Приведите примеры.
2. Какие выражения называются дробными? Приведите примеры.
3. Какие выражения называются рациональными выражениями? Приведите примеры.
4. Какие значения переменных называются допустимыми?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщения о вкладе в науку И. Ньютона.

III. Исследуем.

Определите, при каких целых n значение дроби $\frac{4n+9}{n+2}$ является целым числом.

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Из рациональных выражений: $\frac{8}{11}$; $\frac{x}{7}$; $5x - xy$; $\frac{13}{b}$; $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{3}x^2$; $\frac{u}{u+2} - 8$; $\frac{a}{26}$; $x^2 - 4$; 15 выпишите те, которые являются:

а) целыми выражениями: _____;

б) дробными выражениями: _____.

2. Найдите значение выражения:

а) $\frac{x^2-2}{x-3}$ при $x = -4$ _____;

б) $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x}$ при $x = 0,5$ _____.

3. При каких значениях x обращаются в ноль следующие выражения?

а) $\frac{x-1}{7}$ _____; в) $\frac{x(x-2)}{x+1}$ _____;

б) $\frac{x-4}{x}$ _____; г) $\frac{(x-3)(x+4)}{x-2}$ _____.

4. Укажите допустимые значения переменных в выражении:

а) $\frac{x}{(x-3)(x+7)}$ _____; б) $\frac{x+3}{(x-7) \cdot 4x}$ _____.

5. Найдите значения выражений при заданных значениях входящих в них букв:

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	0
$-\frac{48}{x}$								

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. При каких значениях x следующие дроби положительны?

а) $\frac{x-8}{3}$ _____; б) $\frac{x+1}{-2}$ _____.

2. При каких значениях x следующие дроби отрицательны?

а) $\frac{x-4}{6}$ _____; б) $\frac{5-x}{-3}$ _____.

3. При каких значениях переменной обращается в ноль выражение?

а) $\frac{100-b^2}{100+b^2}$ _____; б) $\frac{4-|x|}{|x|+4}$ _____.

4. При каких значениях переменной имеет смысл выражение?

а) $\frac{x-8}{x^2-8x+16}$ _____; б) $\frac{1}{|x+7|-|1-2x|}$ _____.

5. При каком условии:

а) $\frac{x}{y} > 0$ _____;

б) $\frac{x}{y} < 0$ _____;

в) $\frac{a}{b}$ — целое число? _____.

6. Что можно сказать о зависимости $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$, если $a < b$? _____

7. При каком значении a дробь $\frac{4}{(5+a)^2+1}$ принимает наибольшее значение? Чему оно равно?

8. При каком значении b дробь $\frac{(b-3)^2+15}{4}$ принимает наименьшее значение? Чему оно равно?

9. Бассейн наполняется одной первой трубой a ч, а одной второй трубой b ч. Какую часть бассейна наполнит каждая труба за 1 ч? _____

Какую часть бассейна наполнят обе трубы за 1 ч? _____

10. Двое рабочих выполняют некоторую работу, работая одновременно, за t ч. Первый рабочий, работая один, выполнит эту же работу за m ч. Какую часть работы выполнит второй рабочий за 1 ч? _____

11. Переднее колесо трактора имеет окружность в a м, а окружность заднего колеса на b м больше переднего.

Сколько оборотов сделает каждое колесо на расстоянии s м? _____

На сколько оборотов переднее колесо сделает при этом больше заднего? _____

VI. Вычислите рационально.

Разложите на множители многочлен $a^8 + a^4 + 1$.

Решение: _____

Ответ: _____

Основное свойство дроби. Сокращение дробей

2

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Как сформулировать основное свойство дроби? Приведите пример. Докажите основное свойство дроби.
2. Как формулируется правило об изменении знака перед дробью? Приведите пример.
3. Что называют сокращением дроби? Приведите пример.

II. Находим информацию.

Кому принадлежат слова: «Никакой достоверности нет в науках там, где нельзя приложить ни одной из математических наук, и в том, что не имеет связи с математикой»? Что вы знаете об этом человеке?

III. Исследуем.

Сократите дробь $\frac{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 5) + 3}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 7) + 9}$.

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Сократите дробь:

$$\frac{8}{24} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\frac{27}{81} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\frac{72}{64} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{49b^3}{7b^5} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{в) } \frac{24a^2c^2}{32ac} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{б) } \frac{42x^3y^2}{63x^5y^3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{г) } \frac{100a^3b^4}{25ab} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{x(a-2)}{y(a-2)} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{б) } \frac{16x(x-y)}{20y(x-y)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. Разложите на множитель числитель и знаменатель дроби и сократите её:

$$\text{а) } \frac{6x+6y}{18x-18y} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{б) } \frac{yx+cy}{yx+y^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5. Разложите на множители числитель и знаменатель дроби и сократите её:

$$\text{а) } \frac{6a+12b}{3ab} = \frac{6(a+2b)}{3ab} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{б) } \frac{12ab}{6a-6b} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{в) } \frac{a-ab}{ab} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. Преобразуйте дробь так, чтобы знак, стоящий перед дробью, изменился на противоположный:

$$\text{а) } \frac{5x^2}{-a} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{в) } \frac{a}{4-b} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{б) } \frac{m+n}{m-n} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{г) } \frac{a-b}{c-d} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. Сократите дробь:

а) $\frac{x-y}{y-x} = \frac{(x-y)}{-(x-y)} =$ _____;

б) $\frac{3(a-b)}{7(b-a)} =$ _____;

в) $\frac{5mn(m-n)}{2m(n-m)} =$ _____;

г) $\frac{6c(9-b)}{14c^2(b-9)} =$ _____.

8. Найдите значение выражения:

а) $\frac{4a^2}{6ac}$ при $a = 0,5$, $c = 0,2$ _____;

б) $\frac{56m^2n^5}{35mn^5}$ при $m = 15$, $n = -6$ _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Можно ли поставить знак равенства между выражениями $\frac{a^2-9}{a-3}$, $\frac{(a-3)(a+3)}{a-3}$; $a+3$?

При каких значениях a эти равенства будут верными, а при каких нет?

2. Как называется замена выражения $\frac{a^2-9}{a-3}$ на выражение $a+3$?

3. Какие тождественные преобразования вы знаете? Приведите примеры.

4. Является ли сокращение дробей одним из примеров тождественных преобразований?

5. Справедливо ли равенство $\frac{a-a}{a-a} = 1$?

6. Верно ли следующее преобразование?

а) $\frac{x}{(a-b)(b-c)(c-a)} = \frac{x}{(a-b)(c-b)(a-c)}$ _____;

б) $\frac{b-a}{n-m} = \frac{a-b}{m-n}$ _____.

7. Из выражений $\frac{-2}{-a}$; $\frac{-2}{a}$; $\frac{2}{-a}$; $-\frac{2}{a}$ выпишите те, которые:

а) тождественно равны дроби $\frac{2}{a}$ _____;

б) противоположны дроби $\frac{2}{a}$ _____.

8. Является ли равенство тождеством?

а) $\frac{7,4a}{2,3a+2b} = \frac{74a}{23a+20b}$ _____;

б) $\frac{6x-3y}{18x} = \frac{2x-y}{6x}$ _____;

в) $\frac{a+b}{a} = \frac{a^2+ab}{a^2}$ _____;

г) $\frac{a+b}{a-b^2} = \frac{3(3a+3b)}{9a-(3b)^2}$ _____.

9. Изменится ли дробь, если x и y одновременно умножить на 10?

а) $\frac{x^2+y^2}{10x}$ _____;

б) $\frac{xy}{10x+10y}$ _____;

в) $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ _____.

10. Сократите дробь:

а) $\frac{2-2b^2}{4b^2-8b+4} =$ _____;

б) $\frac{3x^2-18x+27}{36-4x^2} =$ _____;

в) $\frac{a^3-3a^2+2a-6}{a^3-27} =$ _____.

11. Найдите значение выражения:

а) $\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$ при $a = \frac{2}{3}$; $b = \frac{1}{3}$ _____;

б) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ при $a = \frac{4}{7}$; $b = \frac{3}{7}$ _____.

12. Приведите дроби к знаменателю $40xy^2$:

а) $\frac{1}{10y^2} =$ _____;

г) $\frac{13}{2y} =$ _____;

б) $\frac{3}{x} =$ _____;

д) $\frac{5}{8xy} =$ _____;

в) $\frac{7}{20} =$ _____;

е) $\frac{x}{4} =$ _____.

13. Подберите одночлен или многочлен A так, чтобы равенство было верным:

а) $\frac{14x^3y}{56x^2y} = \frac{x}{A}$;

$A =$ _____

б) $\frac{6c}{10c^3} = \frac{3}{A}$;

$A =$ _____

в) $\frac{7a^3(x-y)}{21ab(x-y)} = \frac{A}{3b}$;

$A =$ _____

г) $\frac{3xy(a-b)^2}{6(a-b)^3} = \frac{xy}{A}$.

$A =$ _____

VI. Находим закономерности.

Вычислите: 11^2 ; 101^2 ; 1001^2 ; $(10^n + 1)^2$. Попробуйте угадать закономерность

$\underbrace{100\dots01^2}_{n \text{ цифр}}$. Используйте её для вычисления 10001^2 ; 1000001^2 .

Решение: _____

Ответ: _____

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

3

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Как сложить дроби с одинаковыми знаменателями? Приведите пример.
2. Как выполнить вычитание дробей с одинаковыми знаменателями? Приведите пример.

II. Находим информацию.

Интересное и меткое «арифметическое сравнение» сделал Л.Н. Толстой. Он говорил, что человек подобен дроби. Что, по мнению писателя, представляют числитель и знаменатель такой дроби? Как вы понимаете такое сравнение? Согласны ли вы с ним?

III. Исследуем.

При каких натуральных значениях n дробь $\frac{3}{n+1}$ можно сократить?

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Выполните действия:

а) $\frac{a}{12} - \frac{b}{12} = \frac{a-b}{12}$; в) $\frac{5}{n} + \frac{m}{n} =$ _____;

б) $\frac{c}{70} + \frac{d}{70} =$ _____; г) $\frac{16}{x} - \frac{y}{x} =$ _____.

2. Представьте в виде дроби:

а) $\frac{n-k}{15} - \frac{n}{15} =$ _____; г) $\frac{6x+2y}{y} + \frac{6x-3y}{y} =$ _____;

б) $\frac{x+45}{6} - \frac{x+29}{6} =$ _____; д) $\frac{x+y}{3a} - \frac{3x-y}{3a} =$ _____;

в) $\frac{4a+7b}{6} - \frac{b-4a}{6} =$ _____; е) $\frac{x-5y}{2a} + \frac{x+y}{2a} =$ _____.

3. Упростите выражение:

а) $\frac{x}{x-3} - \frac{1}{x-3} =$ _____; в) $\frac{3}{3+x} + \frac{x}{3+x} =$ _____;

б) $\frac{7}{a+8} - \frac{a}{a+8} =$ _____; г) $\frac{x}{6-x} - \frac{6}{6-x} =$ _____.

4. Выполните сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{x}{x+6} - \frac{6}{-x-6} =$ _____;

б) $\frac{y}{3+y} - \frac{3}{-y-3} =$ _____;

в) $\frac{2x}{x+3} + \frac{x-3}{-x-3} =$ _____;

г) $\frac{4x+6}{-x-6} + \frac{3x}{x+6} =$ _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Упростите выражение:

а) $\frac{x^2}{x-5} - \frac{10x-25}{x-5} =$ _____; в) $\frac{b^2}{b-3} - \frac{6b-9}{b-3} =$ _____;

б) $\frac{y^2}{y+4} + \frac{8y+16}{y+4} =$ _____; г) $\frac{c^2}{c+7} + \frac{14c+49}{c+7} =$ _____.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{4a^2}{4a^2-1} - \frac{8a}{(2a-1)(2a+1)} + \frac{5}{4a^2-1} =$ _____;

б) $\frac{16b^2}{16b^2-1} - \frac{8a}{(4b-1)(4b+1)} - \frac{5}{1-16b^2} =$ _____;

в) $\frac{9c^2}{9c^2-4} + \frac{12c}{(2-3c)(2+3c)} + \frac{3}{9c^2-4} =$ _____;

г) $\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2} + \frac{5ab^2-b^2}{(b-a)^2} + \frac{5ab^2+b^2}{2ab-a^2-b^2} =$ _____.

3. Упростите выражение:

а) $\frac{a^2}{a(a-3)} - \frac{9}{a(a-3)} =$ _____;

б) $\frac{b^2}{b(b+5)} - \frac{25}{b(b+5)} =$ _____.

4. Найдите дробь, которую надо сложить с дробью $\frac{x-x^2}{x^3+2x}$, чтобы получить $\frac{1}{x^2+2}$. Сделайте проверку.

Решение: _____

Ответ: _____

5. Замените A многочленом, чтобы равенство было верным:

а) $\frac{A}{2y+7} + \frac{y-3}{2y+7} = -1;$

в) $\frac{A}{6-7c} + \frac{5c+8}{6-7c} = 2;$

$A =$ _____

$A =$ _____

б) $\frac{5x-8}{7x+9} - \frac{A}{7x+9} = 1;$

г) $\frac{4b-3}{8b+17} - \frac{A}{8b+17} = -4.$

$A =$ _____

$A =$ _____

6. Выполните сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{x^2-4}{x^2-xy} + \frac{y^2-4}{xy-x^2} =$ _____;

б) $\frac{c^2}{(9a-c)^2} - \frac{81a^2}{(c-9a)^2} =$ _____;

в) $\frac{6}{(x-4)(5-x)} + \frac{x+2}{(4-x)(5-x)} =$ _____.

7. Докажите, что при любых допустимых значениях a значение выражения не зависит от a :

а) $\frac{a^2}{a^2+2} + \frac{6a^2+4}{a^2+2} - \frac{2(3a^2+1)}{a^2+2}$

Доказательство: _____

VI. Находим закономерности.

Замените знаки вопроса соответствующими числами:

а) 2, 5, 10, 17, ?, ?, 50;

б) 1, 3, 7, 15, 31, ..., 255, ?, ?

Решение: _____

Ответ: _____

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

4

4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Как выполняется сложение и вычитание дробей с разными знаменателями? Приведите пример.
2. На основании какого свойства дроби приводят к общему знаменателю?
3. Каков алгоритм приведения дробей к общему знаменателю?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об изображении и описании дробей в произведениях искусства.

III. Исследуем.

Проверьте равенства:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \cdot 3}; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3 \cdot 4}; \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4 \cdot 5}; \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{5 \cdot 6}.$$

Продолжите эту цепочку равенств. Запишите соответствующее буквенное равенство и докажите его.

IV. Учимся делать выводы.

1. Прочитайте текст п. 4 учебника и составьте алгоритм нахождения наиболее простого общего знаменателя дробей в случае, когда знаменатели дробей представляют собой одночлены:

а) Если знаменатели дробей одночлены, то наиболее простым общим знаменателем является

_____.

б) Коэффициент этого одночлена равен _____ коэффициентов знаменателей дробей.

в) Каждую переменную для наиболее простого общего знаменателя нужно взять с _____ показателем, с которым она входит в знаменатели дробей.

2. Заполните таблицу.

Знаменатель первой дроби	Знаменатель второй дроби	Наименьший общий знаменатель дробей
2	3	
4	12	
15	20	
8	12	
12	15	

3. Заполните таблицу.

Знаменатель первой дроби	Знаменатель второй дроби	Наименьший общий знаменатель дробей
$2a$	$3a$	
$6x^2$	$4x^3$	
$6x^2y$	$3xy$	
x^2y^3	x^3y^4	
b^2	ab	

4. Составьте алгоритм приведения дробей к общему знаменателю.

Для приведения дробей к общему знаменателю нужно:

- разложить каждый знаменатель на _____;
- найти наиболее простой _____ знаменатель данных дробей;
- для каждой дроби найти _____ множитель;
- умножить числитель и знаменатель каждой дроби на _____;
- записать каждую дробь с _____ числителем и _____ знаменателем.

5. Приведите к простейшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{x}{3y}$ и $\frac{y}{4x}$

Решение: НОЗ: _____

$\frac{x}{3y} = \frac{\quad}{\quad}; \quad \frac{y}{4x} = \frac{\quad}{\quad};$

б) $\frac{1}{x-y}$ и $\frac{1}{x+y}$

Решение: НОЗ: _____

$\frac{1}{x-y} = \frac{\quad}{\quad}; \quad \frac{1}{x+y} = \frac{\quad}{\quad};$

в) $\frac{5}{2x-2}$ и $\frac{3}{4x-4}$

Решение: НОЗ: _____

$\frac{5}{2x-2} = \frac{\quad}{\quad}; \quad \frac{3}{4x-4} = \frac{\quad}{\quad};$

г) $\frac{3b}{b-2}$ и $\frac{4}{b^2-4}$

Решение: НОЗ: _____

$\frac{3b}{b-2} =$ _____ ; $\frac{4}{b^2-4} =$ _____ ;

д) $\frac{5}{(x-y)^2}$ и $\frac{7}{x-y}$

Решение: НОЗ: _____

$\frac{5}{(x-y)^2} =$ _____ ; $\frac{7}{x-y} =$ _____ .

6. Составьте алгоритм сложения (или вычитания) дробей с разными знаменателями.

Для сложения (или вычитания) дробей с разными знаменателями нужно:

- найти _____ знаменатель дробей;
- привести дроби к _____ знаменателю;
- сложить (или вычесть) полученные дроби;
- _____ результат, если возможно.

7. Выполните действия:

а) $\frac{1^3}{2} + \frac{5^1}{6} =$ _____ ; г) $\frac{4x}{7} + \frac{x}{4} =$ _____ ;
 б) $\frac{3^5}{16} + \frac{2^7}{24} =$ _____ ; д) $\frac{m}{42} + \frac{5m}{6} =$ _____ ;
 в) $\frac{a}{8} - \frac{b}{6} =$ _____ ; е) $\frac{3k}{7} - \frac{k}{5} =$ _____ .

8. Выполните действия:

а) $\frac{x+2^3}{4} + \frac{x-2^4}{3} = \frac{3(x+2)+4(x-2)}{12} =$ _____ ;
 б) $\frac{3y-2}{6} + \frac{y-5}{5} =$ _____ ;
 в) $\frac{2x-6}{15} - \frac{4x-7}{10} =$ _____ ;
 г) $\frac{-3a+1}{6} - \frac{3a+1}{9} =$ _____ .

9. Выполните действия:

а) $\frac{2a-3^d}{a} - \frac{5d-1^d}{d} =$ _____ ;
 б) $\frac{7a-13}{a} + \frac{5b-11}{b} =$ _____ ;
 в) $\frac{4-5b}{b} - \frac{7-2a}{a} =$ _____ ;
 г) $\frac{8-3x}{x} + \frac{5+6t}{t} =$ _____ .

10. Заполните таблицу, разложив, если нужно, знаменатели первой и второй дробей на множители.

Знаменатель первой дроби	Знаменатель второй дроби	Простейший общий знаменатель дробей
$3x - 1$	$3x + 1$	
$x(x + 3)$	$y(3 + x)$	
$3x - 12 = 3(x - 4)$	$2x - 8 = 2(x - 4)$	
$6a + 6$	$7a + 7$	
$ax - ay$	$bx - by$	
y	$y - 5$	
$x - 4$	$x^2 - 16$	
$x^2 - xy$	$xy - y^2$	
1	$x - y$	

11. Выполните действия:

- а) $\frac{5}{x-3} + \frac{1}{x} =$ _____;
- б) $\frac{x}{x+2} + \frac{x}{x-2} =$ _____;
- в) $\frac{4x}{5(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} =$ _____;
- г) $\frac{1}{ax-ay} - \frac{3}{bx-by} =$ _____.

12. Преобразуйте в дробь выражение:

- а) $x + \frac{2}{x} = \frac{x^x}{1} + \frac{2^1}{x} = \frac{x^2+2}{x}$; _____; г) $8b + \frac{6}{b} =$ _____;
- б) $4a - \frac{8}{a} =$ _____; д) $\frac{4x}{5} - 3x =$ _____;
- в) $\frac{3d}{7} - d =$ _____; е) $y - \frac{7}{y} =$ _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Выполните действия:

- а) $\frac{4+a^2}{a^2-36} - \frac{a}{6+a} =$ _____;
- б) $\frac{7a}{c^2-9} + \frac{2}{c+3} =$ _____;
- в) $\frac{2}{x^2-y^2} - \frac{2}{x(x+y)} =$ _____;
- г) $\frac{5}{2a^2-2ab} + \frac{7}{a^2-b^2} =$ _____;
- д) $\frac{3a}{a-4} - \frac{4a^2-2}{16-a^2} =$ _____;
- е) $\frac{1}{(x-y)^2} - \frac{8}{y-x} =$ _____.

2. Выполните действия:

а) $\frac{2c^2+3c+5}{c^3-1} - \frac{1-3c}{c^2+c+1} - \frac{2}{c-1} =$ _____

б) $\frac{5}{x^2-9} - \frac{3}{(x+3)^2} - \frac{2}{(x-3)^2} =$ _____

3. Преобразуйте в дробь:

а) $x+y - \frac{x^2+y^2}{x-y} =$ _____

б) $\frac{c^2+d^2}{c+d} + c - d =$ _____

4. Найдите дробь, которую надо сложить с дробью $\frac{2}{x+2}$, чтобы получить $\frac{2x}{x^3+8}$.

Решение: _____

Ответ: _____

5. Существует ли такое значение a , при котором разность дробей $\frac{18b+20}{b-3}$ и $\frac{15b+16}{b+6}$ равна 3?

Решение: _____

Ответ: _____

6. Выражение $\frac{a+2}{3} - 2b$ принимает значение $2\frac{1}{3}$ при $b = -\frac{1}{3}$ и при некотором значении a . Чему равно значение того же выражения, при том же значении a и при $b = -\frac{5}{12}$?

Решение: _____

Ответ: _____

7. Докажите, что при данном условии значение выражения является положительным числом:

$\frac{6a}{a^3-8} + \frac{a-2}{a^2+2a+4}$ при $a > 2$.

Доказательство: _____

VI. Развиваем логическое мышление.

Разложите на множители двучлен $a^4 + 4$.

Решение: _____

Ответ: _____

Умножение дробей. Возведение дробей в степень

5

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. По какому правилу умножаются рациональные дроби?
2. Как возвести рациональную дробь в степень?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о дробных выражениях в формулах естественных наук.

III. Исследуем:

Проверьте равенства:

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}.$$

Продолжите эту цепочку равенств. Запишите соответствующее буквенное равенство и докажите его. Примените доказанное равенство для нахождения суммы $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$.

Решение: _____

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Выполните действия:

а) $\frac{44}{39} \cdot \frac{13}{33} =$ _____; в) $72 \cdot \frac{5}{36} =$ _____;

б) $\frac{30}{7} \cdot \frac{7}{60} =$ _____; г) $28 \cdot \frac{1}{28} =$ _____.

2. Выполните действия:

а) $\frac{7x}{18} \cdot \frac{y}{4} =$ _____; в) $\frac{5}{4k} \cdot \frac{9a}{7} =$ _____;

б) $\frac{11a}{12} \cdot \frac{7b}{13} =$ _____; г) $\frac{2x}{7} \cdot \frac{3}{5y} =$ _____.

3. Выполните действия:

а) $\frac{12y}{25} \cdot \frac{5}{y} =$ _____; в) $\frac{6x}{y} \cdot \frac{y}{3x} =$ _____;

б) $\frac{3}{a} \cdot \frac{5a}{27} =$ _____; г) $\frac{16a}{27} \cdot \frac{9}{a} =$ _____.

4. Выполните действия:

а) $\frac{a^4}{8b^3} \cdot \frac{10b^2}{a^3} = \frac{a^4 \cdot 10b^2}{8b^3 \cdot a^3} = \frac{5a}{4b}$ _____ ;

б) $\frac{x^2}{ay} \cdot \frac{ay}{x^2b} =$ _____ ;

в) $\frac{12c^{11}}{49} \cdot \frac{7}{6c^{15}} =$ _____ ;

г) $\frac{5p^2q^2}{z} \cdot \frac{z^2}{10p^3q^3} =$ _____ .

5. Выполните действия:

а) $x \cdot \frac{ab}{x^2} =$ _____ ; в) $a \cdot \frac{bn}{a^4} =$ _____ ;

б) $y^2 \cdot \frac{x^2z}{y} =$ _____ ; г) $q \cdot \frac{p^3}{aq} =$ _____ .

6. Выполните действия:

а) $\left(\frac{x}{y}\right)^8 =$ _____ ; в) $\left(\frac{8a}{9}\right)^2 =$ _____ ;

б) $\left(\frac{x}{7}\right)^2 =$ _____ ; г) $\left(\frac{5y}{3}\right)^3 =$ _____ .

7. Возведите в степень:

а) $\left(\frac{9a^2}{2b^3}\right)^2 =$ _____ ; г) $\left(-\frac{2m}{5n}\right)^4 =$ _____ ;

б) $\left(\frac{2x}{y^2z^3}\right)^3 =$ _____ ; д) $\left(\frac{2a^2b^3}{3c^5}\right)^4 =$ _____ ;

в) $\left(-\frac{3a^2}{2b^3}\right)^3 =$ _____ ; е) $\left(-\frac{5a^7b^8}{c^9}\right)^4 =$ _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Упростите выражение:

а) $\frac{xy+3x}{y} \cdot \frac{xy^2}{y^2-9} = \frac{x(y+3) \cdot xy^2}{y(y-3)(y+3)} =$ _____ ;

б) $\frac{a^2-16}{10a^2} \cdot \frac{5a}{a+4} =$ _____ ;

в) $\frac{3x-6y}{x+7} \cdot \frac{2x+14}{x^2-4y^2} =$ _____ ;

г) $\frac{3-a}{a} \cdot \frac{7a^2}{a^2-9} =$ _____ ;

д) $\frac{x^2-1}{a^2-6a+9} \cdot \frac{a-3}{x^2+2x+1} =$ _____ ;

е) $\frac{x^2-100}{x^2+xy-10x-10y} \cdot \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2+xy+10x+10y} =$ _____ .

2. Докажите, что при любых допустимых значениях переменной значение выражения

$\frac{2a^2}{6a^2+3ab} \cdot \frac{4a^2}{2a-b} \cdot \frac{4a^2-b^2}{12a^3}$ является положительным числом.

Доказательство: _____

3. Докажите, что при всех допустимых значениях x значение выражения $\frac{x^2 - 16}{3x^4 + 6x^3 + 3x^2} \cdot \frac{x^2 + x}{2x + 8} \cdot \frac{x^2 + x}{2x - 8}$ не зависит от x .

Доказательство: _____

4. Укажите допустимые значения переменных, при которых справедливо тождество:

а) $\left(\frac{3a-b}{a+3}\right)^0 = 1$ _____;

б) $\left(\frac{4-a^2}{a^2-9}\right)^0 = 1$ _____.

5. Выполните умножение:

а) $\frac{1}{x+y} \cdot (x^3 + y^3) =$ _____;

б) $\frac{1}{a^3 - b^3} \cdot (a^2 - b^2) =$ _____;

в) $\frac{2ab}{a^2 - 6ab + 9b^2} \cdot (a^2 - 9b^2) =$ _____;

г) $\frac{3}{(3m-3)^2} \cdot (3m^2 - 3) =$ _____;

д) $\frac{2}{8m^2 - 32} \cdot (2m + 4)^2 =$ _____.

6. Найдите значение выражения:

$\frac{4y^2 - 40y + 100}{4y^2 + 20y + 25} \cdot \frac{0,4y + 1}{0,4y - 2}$ при $y = -\frac{1}{2}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

Три друга Петя, Вася и Олег ходили на рыбалку. На вопрос об улове они ответили так: Петя — «Мы поймали не менее 9 щук», Вася — «Улов наш не менее 8 щук», Олег — «Поймали не менее 7 щук». Каков улов друзей, если из трёх ответов истинным является только один?

Решение: _____

Ответ: _____.

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами вопрос. Составьте из ответа на него рассказ и перескажите его соседу по парте.

- По какому правилу делят рациональные дроби?

II. Находим информацию.

И. Ньютон в своей книге «Всеобщая арифметика» перечислил не только сходство обыкновенных и рациональных (алгебраических) дробей, но и их различия. Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об этом.

III. Исследуем.

При каких натуральных значениях n значения выражения $\frac{n^2 + 3n - 2}{n + 2}$ являются целыми числами?

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

- Выполните деление:

а) $\frac{13}{64} : \frac{65}{128} =$ _____ ; в) $\frac{5}{18} : 25 =$ _____ ;

б) $\frac{5}{18} : \frac{1}{24} =$ _____ ; г) $12 : \frac{8}{9} =$ _____ .

- Выполните деление:

а) $\frac{3}{a} : \frac{3}{b} =$ _____ ; г) $\frac{5}{4x} : \frac{7}{9y} =$ _____ ;

б) $\frac{c}{7} : \frac{c}{14} =$ _____ ; д) $\frac{11a}{12} : \frac{13}{5b} =$ _____ ;

в) $\frac{7x}{6} : \frac{3}{5y} =$ _____ ; е) $\frac{3a}{7b} : \frac{m}{n} =$ _____ .

3. Выполните деление:

а) $\frac{5a}{6} : a =$ _____ ;

г) $y : \frac{7y}{27} =$ _____ ;

б) $x : \frac{5x}{18} =$ _____ ;

д) $\frac{27}{5a} : \frac{1}{a} =$ _____ ;

в) $\frac{17t}{18} : t =$ _____ ;

е) $\frac{25}{12y} : \frac{1}{y} =$ _____ .

4. Упростите выражение:

а) $\frac{8p}{q} : \frac{2n}{q} =$ _____ ;

в) $\frac{18x}{y} : \frac{6x}{y} =$ _____ ;

б) $\frac{5x}{6} : \frac{3}{20y} =$ _____ ;

г) $\left(-\frac{10}{3a}\right) : \left(-\frac{3}{5a}\right) =$ _____ .

5. Упростите выражение:

а) $\frac{3a}{b^2c} : \frac{a}{b^2c} =$ _____ ;

в) $\frac{8a^8}{b^9} : \frac{a^{11}}{10b^{10}} =$ _____ ;

б) $\frac{x^3}{ab} : \frac{x^2y}{ab} =$ _____ ;

г) $\frac{5c^2x}{a} : \frac{c^3x}{15a} =$ _____ .

6. Представьте в виде дроби:

а) $35a^3 : \frac{15a^2}{4b} =$ _____ ;

в) $\frac{18m^3n^5}{7c} : (9n^2) =$ _____ ;

б) $27xy : \frac{9x^2y}{ab} =$ _____ ;

г) $\frac{4x^3y^2}{a} : (36x^3y^4) =$ _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Выполните деление:

а) $\frac{2x^3 + 2y^3}{xy - x^2} : \frac{x^3 - x^2y + xy^2}{x^2 - y^2} =$ _____ ;

б) $\frac{c^4 - 16}{c^2 - 4c + 4} : \frac{c^3 + 8}{c - 2} =$ _____ ;

в) $\frac{a^3 + b^3}{a^3 - b^3} : \frac{a + b}{a - b} =$ _____ ;

г) $\frac{a + a^3}{b - b^2} : \frac{a^2 + 1}{b^3 - b^2} =$ _____ .

2. Упростите выражение:

а) $\frac{a^2 - 14a + 49}{3a + 12} : \frac{3a - 21}{a^2 - 16} =$ _____ ;

б) $\frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3 - 3a} : \frac{4a + 8b}{1 - a} =$ _____ ;

в) $\frac{6y^2}{y^2 - 25} : \frac{y}{(y - 5)^2} =$ _____ ;

г) $\frac{a^2 + 3ab - 2a - 6b}{a^2 - 9b^2} : \frac{a^2 - 4}{a - 3b} =$ _____ .

3. Упростите выражение:

а) $\left(-\frac{2ab^5}{3cd^2}\right)^2 : \frac{4a^3b^7}{9c^2d^2} =$ _____;

б) $-\frac{63m^9n^8}{50a^4b^5} : \left(\frac{3m^2n^5}{5a^2b^3}\right)^3 =$ _____;

в) $\left(\frac{x-a}{a^2+2ax+x^2}\right)^3 : \left(-\frac{a^2+ax}{ax^2-x^3}\right)^4 =$ _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

Найдите целое число, если из двух следующих утверждений верно только одно:

1) $a < -9$

2) $a < -10$

Решение: _____

Ответ: _____.

Преобразование рациональных выражений

7

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Каков порядок выполнения арифметических действий?
2. Каково правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями?
3. Каково правило умножения (деления) дробей?
4. Как дробь возвести в степень?

II. Находим информацию.

Метод неопределённых коэффициентов позволяет представить дробь в виде суммы нескольких дробей. Этот метод впервые применил Р. Декарт в своей книге «Рассуждение о методе». В чём суть этого метода?

III. Исследуем.

Проверьте равенства:

а) $\frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right);$

в) $\frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right);$

б) $\frac{1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right);$

г) $\frac{1}{5 \cdot 7} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right);$

Составьте ещё несколько таких же равенств. Запишите соответствующее буквенное равенство и докажите его. Примените доказанное равенство для вычисления выражения:

$$\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{33 \cdot 35}.$$

IV. Учимся делать выводы.

1. Укажите порядок действий:

а) $(3,4 - 1,9) \cdot 33,8 + 3\frac{2}{5} : (11 + 9,75);$

б) $\frac{3}{4} : 0,78 + 1,352 : \frac{2}{11} - 3,6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2.$

2. Выполните действия:

а) $\left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a}\right) : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) =$ _____

б) $\left(\frac{x}{5} + \frac{x}{8}\right) \cdot \frac{1}{x^2} =$ _____

в) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : \frac{x-y}{3xy} =$ _____

3. Выполните действия:

а) $\left(1 - \frac{1}{x}\right) : \left(1 + \frac{1}{x}\right) =$ _____

б) $\left(x - \frac{x}{y}\right) \cdot \left(x + \frac{x}{y}\right) =$ _____

4. Упростите выражение:

а) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 =$ _____

б) $\left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - \left(a - \frac{2}{a}\right)^2 =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Упростите выражение:

а) $\frac{4}{b^2 - 4} + \frac{4b}{4 - 4b + b^2} \cdot \left(\frac{2}{2b + b^2} - \frac{b}{4 + 2b}\right) =$ _____

б) $\left(\frac{1+x}{x^2 - xy} - \frac{1-y}{y^2 - xy}\right) : \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 y - xy^2} - \frac{x}{x^2 - y^2} =$ _____

в) $\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2 + 4ab + b^2}\right) : \left(\frac{2a}{4a^2 - b^2} + \frac{1}{b - 2a}\right) =$ _____

2. Выполните действия:

а) $\frac{2ab+4b-3a-6}{2b+2b^2} : \left(\frac{4b^2+21}{2b+2} - 6 \right) =$ _____

б) $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}}} =$ _____

3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменных значение выражения отрицательно:

$$\left(\frac{a}{b^2+ab} - \frac{1}{a+b} \right) \cdot \left(\frac{b^2}{a^3-ab^2} - \frac{b}{a^2-ab} \right)$$

Доказательство: _____

4. Найдите значение выражения $x^2 - \frac{x^3 - 4xy^2}{x^3 - 2x^2y + xy^2} \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - 2y}$ при $x = -3$, $y = -5$.

Решение: _____

Ответ: _____

5. При каких значениях a и b выполняется тождество?

$$\frac{6x}{(x+2)(x-1)} = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-1}$$

Решение: _____

Ответ: _____

6. Представьте дробь в виде суммы двух дробей, знаменатели которых — многочлены первой степени:

$$\frac{10x+1}{4x^2-1} =$$

7. При каком значении a выражение $\frac{49}{(0,3a+7)^2 + (0,3a-7)^2}$ принимает наибольшее значение? Найдите это значение.

Решение: _____

Ответ: _____

VI. Развиваем логическое мышление.

Студент за 5 лет учёбы сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше, чем в предыдущем. На пятом курсе экзаменов было втрое больше, чем на первом. На сколько экзаменов больше было сдано на четвёртом курсе, чем на первом?

Решение: _____

Ответ: _____

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

8

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какая функция называется обратной пропорциональностью?
2. В каких координатных четвертях расположен график функции $y = \frac{k}{x}$ при $k > 0$? при $k < 0$?

II. Находим информацию.

Среди графиков функций встречаются очень красивые и необычные. Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о графиках функций $y = [x]$ и $y = \{x\}$.

III. Исследуем.

Сколько точек с целочисленными координатами имеет график $y = \frac{3x+7}{x+1}$?

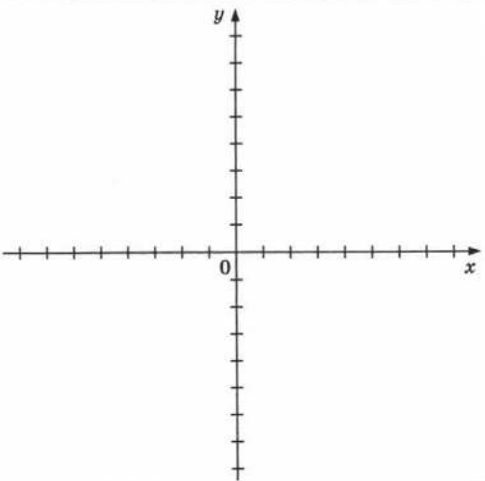
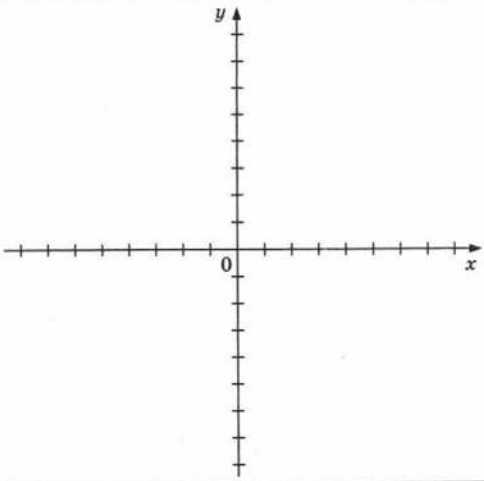
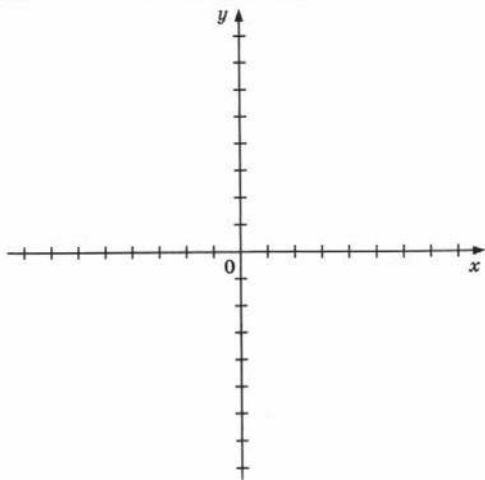
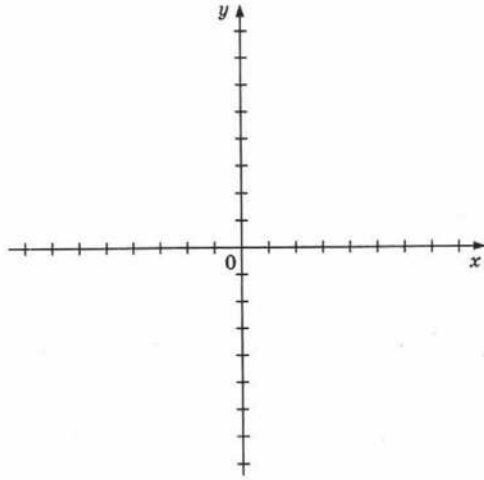
Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Для функции $y = \frac{18}{x}$ заполните таблицу:

x	-9	-6		-3	-1				2	3	6	9
y			-2			-36	6	18				

2. Заполните таблицу.

Уравнение гиперболы	$y = \frac{15}{x}$	$y = -\frac{6}{x}$
Эскиз графика		
Уравнение гиперболы	$y = \frac{0,03}{x}$	$y = -\frac{1}{5x}$
Эскиз графика		

3. Функция задана формулой $y = \frac{4}{x}$. Заполните пропуски в следующих предложениях:

- Функция принимает положительные значения при _____
- Функция принимает отрицательные значения при _____
- * Функция убывает при _____
- Большему значению аргумента соответствует _____ значение функции.

4. Функция задана формулой $y = -\frac{3}{x}$. Заполните пропуски в следующих предложениях:

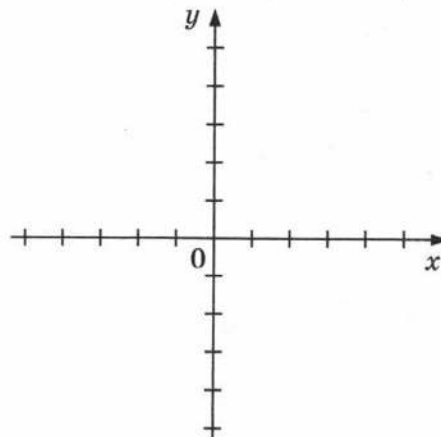
- а) Функция принимает положительные значения при _____
- б) Функция принимает отрицательные значения при _____
- в)* Функция возрастает при _____
- г) Меньшему значению аргумента соответствует _____ значение функции.

5. Постройте график функции $y = -\frac{10}{x}$. Укажите область определения и область значений функции.



Область определения: _____

Область значений: _____



V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Графиками каких из функций: $y = \frac{1}{6}x$, $y = \frac{x}{5}$, $y = \frac{4}{x}$, $y = \frac{3}{x^2}$, $y = -\frac{1}{3x}$ являются гиперболы? _____

2. Какое из следующих утверждений верно? При $k > 0$ график $y = \frac{k}{x}$ расположен:

- 1) в первой и второй координатных четвертях _____
- 2) во второй и четвёртой координатных четвертях _____
- 3) в первой и третьей координатных четвертях _____

3. Найдите координаты какой-нибудь точки, принадлежащей графику функции $y = \frac{3}{x}$ и находящейся от оси OX на расстоянии, меньшем чем 0,1; 0,01.

4. Известно, что точка A (-7; 8) принадлежит графику функции $y = \frac{k}{x}$.

Принадлежит ли этому графику точка B (28; 2)? C $(-\frac{1}{2}; 112)$? D (-0,1; 560)?

5. По графику функции $y = -\frac{12}{x}$ определите, при каких значениях x :

а) $y > 4$

_____ ;

б) $y \geq -6$

_____ ;

в) $y < 3$

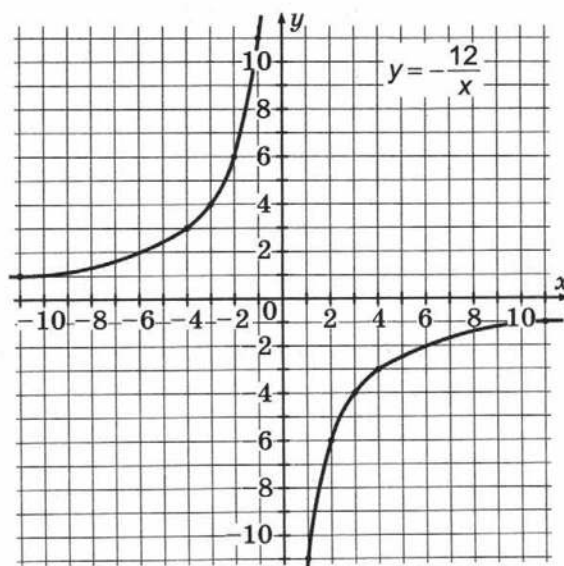
_____ ;

г) $y \leq -3$

_____ ;

д) $-1 \leq y \leq 1$

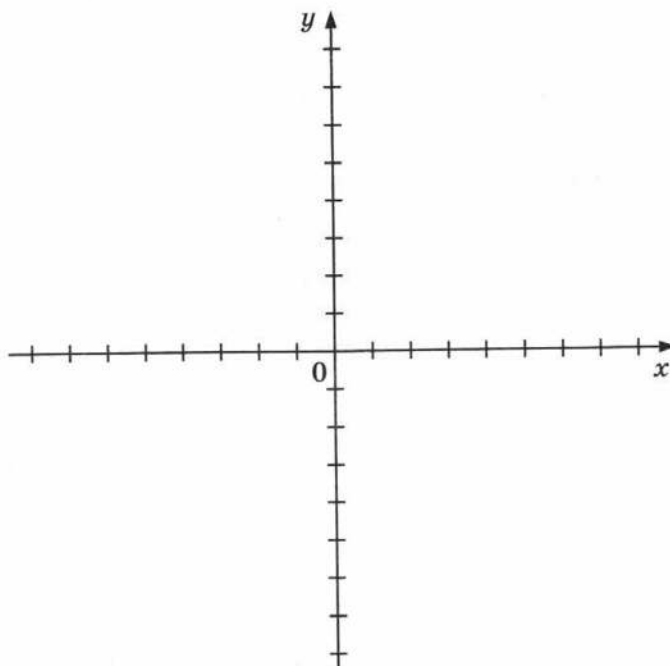
_____ .



6. Постройте график функции y и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком одну общую точку, если

$$y = \begin{cases} \frac{8}{x} & \text{при } x \leq 2 \\ x+2 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Решение:



Ответ: _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

На числовой прямой отмечены точки A, B, C, D . Известно, что первым точкам соответствуют числа 5; 8; -10 . Какое число соответствует точке D , если при изменении направления числовой прямой на противоположное сумма четырёх чисел, соответствующих этим точкам, не изменилась?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерности.

Замените знаки вопроса соответствующими числами:

а) $\frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, ?, ?;$

б) $\frac{2}{5}, \frac{4}{8}, \frac{6}{11}, \frac{8}{14}, ?, ?.$

Решение: _____

Ответ: _____

Рациональные числа**10****I. Развиваем математическую речь.**

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие числа образуют множество целых чисел? Приведите примеры.
2. Какие числа образуют множество рациональных чисел? Приведите примеры.
3. В каком виде можно представить всякое рациональное число?

II. Находим информацию.

Назовите причины расширения понятия числа от натурального до целого; от целого до рационального.

III. Исследуем.

Известно, что при некоторых значениях m и n значение дроби $\frac{m}{n}$ является целым числом. Является ли целым числом при тех же m и n значение дроби:

а) $\frac{6m^2 - 5n^2}{n^2};$

б) $\frac{(3m - n)(3m + n)}{n^2};$

в) $\frac{(m + n)(m^2 + mn + n^2)}{n^3}?$

IV. Учимся делать выводы.

1. Из чисел -308 ; 52 ; 0 ; 16 ; $\frac{2}{9}$; 1 ; $8\frac{3}{7}$; $0,7$; $-9,23$; 25 ; $0,(16)$; $7,52(6)$ выпишите числа:

- а) натуральные _____;
 б) целые _____;
 в) дробные _____;
 г) рациональные _____.

2. Запишите два рациональных числа, заключённые между двумя данными рациональными числами:

- а) 8 и 9 _____; в) $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$ _____;
 б) -11 и -10 _____; г) $-0,3$ и $-0,2$ _____.

3. Запишите в виде конечной или бесконечной периодической дроби рациональное число:

- а) $\frac{3}{11} =$ _____; б) $-5\frac{3}{40} =$ _____.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 11} \\ \underline{3} \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 40} \\ \underline{30} \\ 10 \end{array}$$

4. Запишите в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

- а) $6,(7)$; б) $3,(46)$; в) $0,3(2)$; г) $0,3(14)$.

Решение:

- | | |
|---------------------------|-----------------|
| а) $x = 6,777\dots$ _____ | б) $x =$ _____ |
| $10x =$ _____ | $100x =$ _____ |
| $9x =$ _____ | $99x =$ _____ |
| $x =$ _____; | $x =$ _____; |
| в) $x =$ _____ | г) $x =$ _____ |
| $100x =$ _____ | $1000x =$ _____ |
| $10x =$ _____ | $10x =$ _____ |
| $90x =$ _____ | $990x =$ _____ |
| $x =$ _____; | $x =$ _____. |

5. Сравните рациональные числа:

- а) $0,486$ $\frac{3}{5}$ б) $\frac{7}{11}$ $\frac{8}{13}$

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Верно ли, что:

- а) если $a \in N$, то $a \in Z$ и $a \in Q$ _____;
 б) если $a \in Z$, то $a \in N$ и $a \in Q$? _____.

2. Верно ли, что:

а) $\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{5} : \frac{3}{5} \in N$ _____;

б) $\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right) : \frac{1}{8} \in Z$ _____;

в) $\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{7}{5} \in Q$? _____.

3. Напишите два значения x , при которых

а) $x \in Z$ и $x \in N$ _____; б) $x \in Q$ и $x \in Z$ _____; в) $x \in Q$ и $x \in N$ _____.

4. Какие несократимые обыкновенные дроби нельзя представить в виде конечных десятичных дробей?

5. Докажите, что при любом целом значении x является целым числом значение дроби $\frac{x^2(x^2+6)+9}{x^2+3}$.

Доказательство: _____

6. Запишите множество всех целых значений переменной m , при которых значение дроби:

а) $\frac{18}{m-1}$ является натуральным числом _____;

б) $\frac{10}{2m-1}$ является целым числом _____.

7. Докажите, что если $\frac{y}{x} \in Z$, то $\frac{6x^2+22xy-4y^2}{3x^2-2xy} \in Z$.

Доказательство: _____

8. При каких целых значениях параметра a корень уравнения

$$3ax - 1 = 6 - x$$
 является:

а) целым числом _____;

б) натуральным числом? _____.

VI. Сравниваем.

В следующих множествах все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Найдите элементы, не обладающие этим свойством.

а) 2, 6, 15, 84, 156;

б) 2, 7, 13, 16, 29;

в) 1, 9, 25, 67, 121.

Решение: _____

Ответ: _____.

VII. Находим закономерность.

По какому признаку из множества обыкновенных дробей $\frac{1}{n}$, где $n \leq 22$, выделено множество:

а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{14}, \frac{1}{16}, \frac{1}{18}, \frac{1}{20}, \frac{1}{22}$

_____;

б) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}$?

_____.

Иррациональные числа

11

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие числа образуют множество действительных чисел?
2. Приведите пример бесконечной десятичной дроби, которая является: а) рациональным числом; б) иррациональным числом.
3. Какие действительные числа можно представить в виде отношения целого числа к натуральному?
4. Какие действительные числа нельзя представить в виде отношения целого числа к натуральному?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об истории появления иррациональных чисел.

III. Исследуем.

Существует ли рациональное число, квадрат которого равен 19?

IV. Учимся делать выводы.

1. Какие из чисел $7\frac{1}{3}$; $-5,(17)$; 0; $6,353353335\dots$ (группы цифр, состоящие из одной, двух, трёх и т. д. троек, разделяются пятёрками); $-2,747474\dots$ (группа цифр, состоящая из семёрки и четвёрки бесконечно повторяются) являются:

а) рациональными _____;

б) иррациональными _____?

2. Каким из множеств N , Z , Q и R принадлежит:

- а) $7,(589)$ _____; б) $0,9(653)$ _____; в) $-2,4(3)$ _____ ?

3. Укажите верные утверждения.

- а) каждое целое число является натуральным _____;
 б) каждое действительное число является рациональным _____;
 в) каждое натуральное число является рациональным _____;
 г) каждое иррациональное число является целым _____;
 д) каждое действительное число является целым _____;
 е) каждое иррациональное число является действительным _____;
 ж) каждое рациональное число является натуральным _____.

4. Какие из целых чисел расположены между числами?

- а) $-4,62 \dots$ и $1,15 \dots$ _____;
 б) $-7,222 \dots$ и $-1,313 \dots$ _____;
 в) $-6,92 \dots$ и $0 \dots$ _____.

5. Расположите числа $6,39$; $-2,743\dots$; $-2,37$; $-2,(3)$; $3,4(5)$ и $3,(45)$: а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

- а) _____;
 б) _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Верно ли, что если:

- а) $x \in Z$, то $x \in Q$ и $x \in R$ _____;
 б) $x \in Q$, то $x \notin N$ и $x \in R$ _____;
 в) $x \in R$, то $x \in Q$ _____;
 г) $x \in R$ и $x \in N$, то $x \in Z$? _____.

2. Принадлежат ли множествам Q и R корни уравнения?

- а) $x^2 = 4\pi^2$ _____; в) $x^2 = 4$ _____;
 б) $x^2 = 25$ _____; г) $x^2 = 0$ _____.

3. Напишите три числа, которые принадлежат:

- а) R и Z _____; в) Q и R _____;
 б) N и R _____; г) N , Q и R _____.

4. Может ли сумма двух бесконечных десятичных периодических дробей быть бесконечной десятичной непериодической дробью?

5. Может ли сумма двух положительных иррациональных чисел быть рациональным числом?

6. Известно, что $a + b$ — рациональное число, а числа a и b — иррациональные. Каким числом (рациональным или иррациональным) будет число:

а) $a - b$ _____;

б) $3a + 5b$ _____.

7. Укажите какое-нибудь иррациональное число a , которое удовлетворяет двойному неравенству:

а) $0,3 < a < \frac{3}{7}$ _____;

б) $\frac{2}{3} < a < 0,8$ _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

Один человек является правдолюбом, другой — лжецом. Найдите хотя бы один вопрос, который нужно задать каждому из них, чтобы они дали на него одинаковые ответы.

VII. Находим закономерность.

По какому признаку из множества обыкновенных дробей вида $\frac{1}{n}$, где $n \leq 20$ выделено подмножество:

а) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \frac{1}{19}$;

б) $\frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{13}, \frac{1}{16}, \frac{1}{19}$?

а) _____;

б) _____.

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

12

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какое число называют арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа c ?
2. При каких значениях a выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о возникновении знака квадратного корня.

III. Исследуем.

Можно ли трость длиной 100 см поместить в коробку, длина которой 80 см, ширина 30 см и высота 50 см?

IV. Учимся делать выводы.

1. Докажите, что верно равенство:

- а) $\sqrt{36} = 6$, так как _____ ; в) $\sqrt{121} = 11$, так как _____ ;
 б) $\sqrt{25} = 5$, так как _____ ; г) $\sqrt{196} = 14$, так как _____ .

2. Проверьте равенство:

- а) $\sqrt{49} = 7$ _____ ; в) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ _____ ;
 б) $\sqrt{100} = 10$ _____ ; г) $\sqrt{169} = 13$ _____ .

3. Объясните, почему неверно равенство:

- а) $\sqrt{16} = -4$ — неверно, так как _____ ;
 б) $\sqrt{-25} = -5$ — неверно, так как _____ .

4. Вычислите:

- а) $\sqrt{4} =$ _____ ; ж) $\sqrt{0,49} =$ _____ ;
 б) $\sqrt{25} =$ _____ ; з) $\sqrt{0,64} =$ _____ ;
 в) $\sqrt{49} =$ _____ ; и) $\sqrt{0,81} =$ _____ ;
 г) $\sqrt{1} =$ _____ ; к) $\sqrt{\frac{36}{49}} =$ _____ ;
 д) $\sqrt{144} =$ _____ ; л) $\sqrt{\frac{1}{25}} =$ _____ ;
 е) $\sqrt{225} =$ _____ ; м) $\sqrt{\frac{16}{121}} =$ _____ .

5. Найдите арифметический корень из числа:

- а) 64; б) 0,16; в) 2,89; г) 1,69; д) 16; е) $\frac{1}{9}$; ж) 0,81; з) 0,09.

Ответ: а) _____ в) _____ д) _____ ж) _____

б) _____ г) _____ е) _____ з) _____

6. Вычислите:

а) $\sqrt{(1,2)^2} =$ _____ ;

г) $\sqrt{(7,17)^2} =$ _____ ;

б) $\sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} =$ _____ ;

д) $\sqrt{(0,325)^2} =$ _____ ;

в) $\sqrt{(-3)^2} =$ _____ ;

е) $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} =$ _____ .

7. Вычислите:

а) $6 - \sqrt{36} =$ _____ ;

г) $5 + 3 \cdot \sqrt{49} =$ _____ ;

б) $5 \cdot \sqrt{0,64} =$ _____ ;

д) $8 : \sqrt{2,25} =$ _____ ;

в) $(-\sqrt{3})^2 =$ _____ ;

е) $(-\sqrt{1})^2 =$ _____ .

8. Найдите значение выражения:

а) $5\sqrt{10-2a}$ при $a = -3$; $a = 3$; $a = 5$;

б) $8\sqrt{6x-2}$ при $x = 1$; $x = \frac{1}{3}$; $x = 3$.

Решение:

а) _____ ;

б) _____ .

Ответ: а) _____

б) _____

9. Вычислите:

а) $7 - \sqrt{25} =$ _____ ;

г) $3^3 + 5 \cdot \sqrt{16} =$ _____ ;

б) $\sqrt{16} - 9 =$ _____ ;

д) $\sqrt{3^2 + 4^2} =$ _____ ;

в) $5 \cdot \sqrt{0,01} =$ _____ ;

е) $\sqrt{17^2 - 15^2} =$ _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. При каких значениях a верно равенство? Приведите примеры.

а) $\sqrt{a^2} = a$ _____ ;

б) $\sqrt{a^2} = -a$ _____ ;

в) $\sqrt{(-a)^2} = -a$ _____ ;

г) $\sqrt{(-a)^2} = a$ _____ ;

д) $\sqrt{-a^2} = a$ _____ .

2. Объясните, почему при $a < 0$ верно равенство $\sqrt{a^2} = -a$.

3. Обоснуйте верность равенства $\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2} = 3 - \sqrt{8}$.

4. Укажите натуральные значения n , при которых является натуральным числом значение выражения:

а) $\sqrt{13-n}$;

б) $\sqrt{28-n}$;

в) $\sqrt{128-n}$.

Ответ: а) _____ б) _____ в) _____

5. Найдите значение переменной x , при котором верно равенство:

а) $\sqrt{4-2x} = 3$;

б) $\sqrt{\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}} = 0$;

в) $0,2\sqrt{x} + 4 = 0$.

Решение:

Ответ: а) _____ б) _____ в) _____

6. Верно ли, что:

а) $\sqrt{0,64} > 0$ _____ ;

г) $-\sqrt{0,09} < -0,2$ _____ ;

б) $-\sqrt{0,36} < -0,8$ _____ ;

д) $\sqrt{2,89} = 1,7$ _____ ;

в) $\sqrt{0,01} = -0,1$ _____ ;

е) $-\sqrt{2\frac{1}{4}} = -1,5$ _____ .

7. При каких значениях a имеет смысл выражение.

а) $\sqrt{(-a)^2}$ _____ ;

г) $\sqrt{a^2+7}$ _____ ;

б) $\sqrt{-a^2}$ _____ ;

д) $\sqrt{a^2+2a+1}$ _____ ;

в) $\sqrt{(-0,3+a)^2}$ _____ ;

е) $\sqrt{-4a^2+4a-1}$ _____ .

8. При каких значениях x имеет смысл выражение?

а) $\sqrt{x-6} + \sqrt{3x-1}$;

б) $\sqrt{x+4} - \sqrt{5-10x}$?

Решение:

$$\begin{cases} x-6 \geq 0, \\ 3x-1 \geq 0; \end{cases}$$

Ответ: _____

VI. Развиваем логическое мышление.

Найдите целое число, для которого из двух утверждений верно только одно:

а) $a > 17$,

б) $a > 18$.

Ответ: _____

VII. Находим закономерность.

По какому признаку из множества двузначных чисел выделено его подмножество:

а) $\{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

б) $\{16, 25, 34, 43, 52, 61, 70\}$

Уравнение $x^2 = a$

13

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Имеет ли уравнение $x^2 = a$ корни при $a > 0$, $a = 0$, $a < 0$, и если имеет, то сколько?
2. При каких значениях a выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об алгоритмах извлечения квадратного корня из многозначного числа.

III. Исследуем.

Является ли рациональным или иррациональным числом значение выражения:
 $\sqrt{13+4\sqrt{3}} - \sqrt{13-4\sqrt{3}}$?

Решение: _____

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Решите уравнение:

а) $x^2 = 169$;

б) $x^2 = 81$;

в) $x^2 = 144$;

г) $x^2 = \frac{25}{49}$.

Решение:

а) $x^2 = 169$; $x^2 - 169 = 0$; $(x - 13)(x + 13) = 0$,

$x_1 =$ _____; $x_2 =$ _____

б) $(x - 9)(x + \text{_____}) = 0$

$x_1 =$ _____; $x_2 =$ _____

в) _____

г) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

2. Решите уравнение:

а) $x^2 = 8$;

б) $x^2 = 15$;

в) $x^2 = 27$.

Решение:

а) $x^2 = 8$; $x^2 - 8 = 0$; $x^2 - (2\sqrt{2})^2 = 0$; $(x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = 0$,

$x_1 =$ _____; $x_2 =$ _____

б) $x^2 = 15$; $x^2 - (\sqrt{15})^2 = 0$; $(x - \sqrt{15})(x + \text{_____}) = 0$,

$x_1 =$ _____; $x_2 =$ _____

в) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

3. Решите уравнение:

а) $x^2 = 16$;

б) $x^2 = 10$;

в) $x^2 = 0$;

г) $x^2 = -9$.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

4. Решите уравнение:

а) $84 + y^2 = 85$;

б) $95 - x^2 = -5$;

в) $\frac{1}{9}x^2 = 7$;

г) $-6y^2 = 5$.

Решение:

а) _____;

б) _____;

в) _____;

г) _____.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. При каких значениях a имеет смысл выражение?

а) $\sqrt{a-6}$;

б) $\sqrt{-(a-5)^2}$;

в) $\sqrt{-4a^2 - 4a - 11}$;

г) $\sqrt{9a^2 - 6a + 1}$.

Решение:

а) _____; в) _____;

б) _____; г) _____.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

2. Решите уравнения:

а) $4y^2 = 81$;

б) $(x - 2)^2 = 16$;

в) $9(x + 3)^2 = 1$;

г) $(2x - 1)^2 = 7$;

д) $x^2 - 6x + 9 = a^2$;

е) $2x^2 - 20x + 50 = b$.

а) _____

г) _____

_____;

_____;

б) _____

д) _____

_____;

_____;

в) _____

е) _____

_____;

_____.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____; д) _____; е) _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

Из пяти следующих утверждений о результатах матча футбольных команд «Икс» и «Игрек» четыре истинны, а одно — ложно. Определите, с каким счётом закончился матч и укажите победителя (если матч завершился победой одной из команд).

- 1) Матч закончился вничью.
- 2) Всего в матче было забито менее 12 мячей.
- 3) Выиграл «Икс».
- 4) «Игрек» забил более 4 мячей.
- 5) Всего в матче было забито более 10 мячей.

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерность.

Подметьте какое-либо правило, по которому составлена последовательность, и напишите три следующих её члена:

а) 1, 4, 9, ...

б) -2, 4, -8, ...

в) 3, 9, 27, ...

г) 3, 12, 27, ...

д) 1, 8, 27, ...

е) 2, 5, 10, ...

Нахождение приближённых значений квадратного корня

14

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Покажите на примере, как извлекается квадратный корень с помощью калькулятора.
2. Какие ещё способы нахождения приближённых значений квадратных корней вам известны?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об итерационном методе Герона нахождения приближённого значения квадратного корня из положительного числа.

III. Исследуем.

Чему равно произведение двух чисел, если сумма этих чисел равна $\sqrt{14}$, а их разность $\sqrt{10}$?

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Приближённое значение квадратных корней из целых чисел умели находить в Древнем Вавилоне около 4 тысяч лет назад. Метод вавилонских учёных состоял в следующем: число a , из которого нужно было извлечь квадратный корень, представляли в виде $b^2 + c$, где c мало по сравнению с b^2 , и полагали $\sqrt{a} = b + \frac{c}{2b}$.

Найдите с помощью вавилонского способа приближённое значение корня:

а) $\sqrt{1700}$; б) $\sqrt{2613}$; в) $\sqrt{1117}$; г) $\sqrt{5015}$.

Решение:

$$\text{а) } \sqrt{1700} = \sqrt{1600 + 100} = \sqrt{40^2 + 100} \approx 40 + \frac{100}{2 \cdot 40} = 40 + 1\frac{1}{4} = 41,25;$$

б) _____;

в) _____;

г) _____.

2. Извлеките квадратный корень из чисел: а) 76176; б) 61009; в) 346921; г) 222784; д) 717409 без калькулятора.

Решение: а) $\sqrt{76176}$.

1) Разобьём число на грани справа налево, оставляя по две цифры в каждой грани (первая грань при этом может оказаться неполной): $\sqrt{7'61'76}$

2) В результате записываем число, квадрат которого близок к числу 7, но не превышает его, таким числом является число 2: $\sqrt{7'61'76} = 2$

3) Вычитаем из числа, записанного в первой грани, квадрат числа двух. К полученной разности приписываем (сносим) число, находящееся во второй грани:

$$\begin{array}{r} \sqrt{7'61'76} = 2 \\ - 4 \\ \hline 361 \end{array}$$

4) Слева от вертикальной черты записываем удвоенный результат и вместо звёздочки — такую максимальную цифру, чтобы произведение получившегося двузначного и однозначного чисел не превышало 361. Такой цифрой является цифра 7:

$$\begin{array}{r} - \sqrt{7'61'76} = 2 \\ \quad 4 \\ 4 * \overline{) 361} \\ \quad * \end{array} \qquad \begin{array}{r} - \sqrt{7'61'76} = 27 \\ \quad 4 \\ 47 \overline{) 361} \\ \quad 7 \overline{) 329} \end{array}$$

Не забываем записать цифру 7 в результат.

5) К разности чисел 361 и 329 сносим число, находящееся в следующей грани (76):

$$\begin{array}{r} \sqrt{7' 61' 76} = 27 \\ - 4 \\ 47 \overline{) 361} \\ \underline{- 329} \\ 3276 \end{array}$$

6) Слева от вертикальной черты записываем удвоенный результат (в результате — число 27) и вместо звёздочки — такую цифру, чтобы произведение получившегося трёхзначного и однозначного чисел не превышало числа 3276:

Такой цифрой будет цифра 6.

$$\begin{array}{r} \sqrt{7' 61' 76} = 27 \\ - 4 \\ 47 \overline{) 361} \\ 7 \overline{) 329} \\ 54^* \overline{) 3276} \\ * \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{7' 61' 76} = 276 \\ - 4 \\ 47 \overline{) 361} \\ 7 \overline{) 329} \\ 546 \overline{) 3276} \\ 6 \overline{) 3276} \\ 0 \end{array}$$

Не забываем записать цифру 6 в результат.

Таким образом,

$$\sqrt{76176} = 276.$$

б) $\sqrt{6' 10' 09} = 247$ в) г) д)

$$\begin{array}{r} - 4 \\ 44 \overline{) 210} \\ 4 \overline{) 176} \\ 487 \overline{) 3409} \\ 7 \overline{) 3409} \\ 0 \end{array}$$

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Верно ли, что:

а) $3 < \sqrt{10} < 4$ _____;

б) $1,33 < \sqrt{1,79} < 1,34$ _____.

2. Расположите в порядке убывания числа $-\sqrt{5,3}$; 0; $\sqrt{2\frac{1}{3}}$; $\sqrt{2,3}$; $-\sqrt{5\frac{1}{6}}$; 1,5.

3. Расположите в порядке возрастания числа: $-\sqrt{35}$; 1,7; $\sqrt{3}$; 0; -6; $-\sqrt{47}$.

4. Вычислите на микрокалькуляторе с точностью до 0,01 значение выражения, составив программу:

а) $27 \cdot \sqrt{31 + \sqrt{29}}$.

Решение: 31 $\boxed{+}$ $\boxed{}$ $\boxed{=}$ $\boxed{}\boxed{}$ $\boxed{=}$ $\boxed{}$

Ответ: $\underline{\hspace{10cm}}$.

б) $\sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{7}}}$

Решение:

$\boxed{}$ $\boxed{+}$ $\boxed{}$ $\boxed{=}$ $\boxed{}\boxed{}$ $\boxed{=}$ $\boxed{}\boxed{}$

Ответ: $\underline{\hspace{10cm}}$.

5. Какой записью выражения удобнее пользоваться для вычисления на калькуляторе:

а) $\sqrt{(a+b)c}$ или $\sqrt{c(a+b)}$ $\underline{\hspace{10cm}}$;

б) $a + \sqrt{b}$ или $\sqrt{b} + a$ $\underline{\hspace{10cm}}$?

6. Представьте выражение в удобном для вычисления на калькуляторе виде и найдите его значение (ответ округлите до сотых):

а) $\sqrt{37,4 \cdot 6,2 + 28,5 \cdot 6,2}$ $\underline{\hspace{10cm}}$;

б) $7,456 + \sqrt{53}$ $\underline{\hspace{10cm}}$.

VI. Развиваем логическое мышление.

В одном классе мальчики решили узнать, какие цветы нравятся их одноклассницам. После опроса выяснилось, что семерым из девочек нравятся розы, шестерым — георгины, пятерым — ромашки. Четверо любят розы и георгины, трое — розы и ромашки, двое — георгины и ромашки. А одной нравятся и розы, и георгины, и ромашки. Сколько девочек было в классе?

Решение: $\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

Ответ: $\underline{\hspace{10cm}}$

VII. Находим закономерности.

Вычислите: $(10n - 1)^2$. Угадайте закономерность $\frac{99 \dots 9^2}{n \text{ девяток}}$. Используя её, вычислите 999999^2 .

Решение: $\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

Ответ: $\underline{\hspace{10cm}}$

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какова область определения функции $y = \sqrt{x}$?
2. Как расположен график функции $y = \sqrt{x}$ в координатной плоскости?
3. Пересекает ли этот график прямую $y = 25$; $y = 100$; $y = 10\,000$? При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о соизмеримых и несоизмеримых отрезках.

III. Исследуем.

С помощью графиков выясните, сколько корней может иметь при различных значениях b уравнение:

- а) $\sqrt{x} = x + b$; б) $\sqrt{x} = -x + b$.

IV. Учимся делать выводы.

1. Пересекает ли график функции $y = \sqrt{x}$ прямая

- а) $y = 4$; в) $y = 144$;
б) $y = 5$; г) $y = -1$?

Если пересекает, то в какой точке?

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

2. Не выполняя построений, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:

- а) $A(3; \sqrt{3})$; в) $C(1,44; 1,2)$;
б) $B(7; 5)$; г) $D(-9; 3)$.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Используя график функции $y = \sqrt{x}$, найдите значение x , при которых

- a) $\sqrt{x} < 2$ _____
- б) $\sqrt{x} > 3$ _____
- в) $\sqrt{x} \leq 1$ _____
- г) $\sqrt{x} > -1$ _____

2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = \sqrt{x}$:

- а) на отрезке $[1; 4]$; в) на луче $[3; +\infty)$;
б) на отрезке $[0; 9]$; г) на полуинтервале $[4; 9)$.

Ответ:

- a) _____; в) _____
б) _____; г) _____

3. Пересекаются ли графики функций:

- а) $y = \sqrt{x}$ и $y = -x - 5$; б) $y = \sqrt{x}$ и $y = x$?

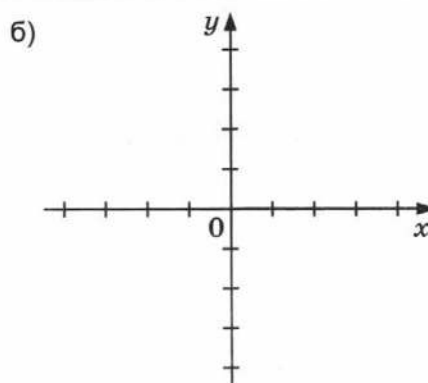
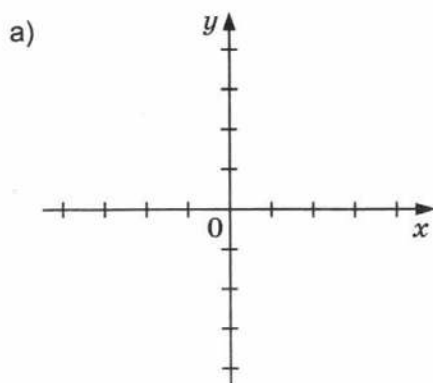
Решение: _____

Ответ: _____

4. Постройте график функции:

- $$\text{a) } y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}.$$

Решение: _____



5. Определите, как расположена относительно графика функции $y = \sqrt{x}$ заданная точка — принадлежит графику, расположена выше графика или ниже графика:

- $$A(81; 9); \quad B(64; 11); \quad C(13; \sqrt{13}); \quad D(50; 7); \quad E(0,3; 0,09); \quad F(0,09; 0,3).$$

Решение: _____

Ответ: _____

6. Даны точки $A(10; 4)$; $B(8; 2)$; $C(26; 6)$.

Верно ли, что график функции $y = \sqrt{x}$

пересекает прямую AB _____;

пересекает отрезок BC _____;

не пересекает луч AC ? _____.

7. Дана функция $y = \sqrt{x}$. Укажите, какому промежутку принадлежит x , если на этом промежутке:

а) $y_{\text{наимен.}} = 0, y_{\text{наиб.}} = 1$ _____;

б) $y_{\text{наимен.}} = 3, y_{\text{наиб.}} = 9$ _____;

в) $y_{\text{наимен.}} = 0, y_{\text{наиб.}} = 2$ _____;

г) $y_{\text{наимен.}} = 1, y_{\text{наиб.}} = 6$? _____.

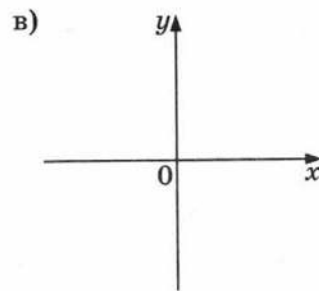
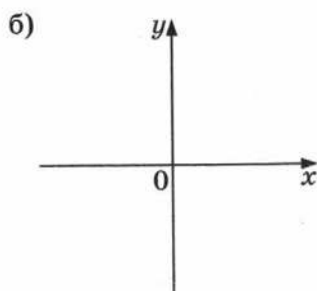
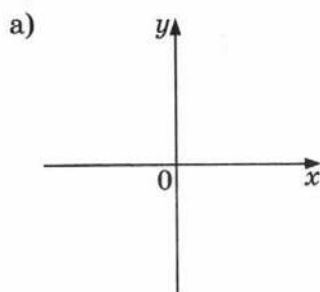
8. Изобразите схематически графики функций;

а) $y = -\sqrt{x}$;

б) $y = \sqrt{-x}$;

в) $y = \sqrt{|x|}$.

Решение:



9. Сравните числа:

а) b и $\sqrt{b}$, если $0 < b < 1$ _____;

б) b и $\sqrt{b}$, если $b > 1$ _____;

в) b^2 и $\sqrt{b}$, если $0 < b < 1$ _____;

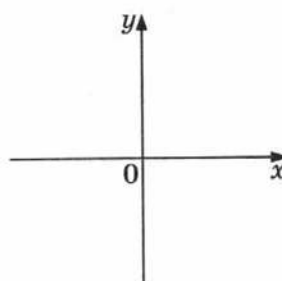
г) b^2 и $\sqrt{b}$, если $b > 1$ _____.

10. Дана функция $y = \begin{cases} -x + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x}, & \text{если } 1 < x \leq 9. \end{cases}$

а) Заполните таблицу.

x	-2	0,09	1	1,44	4	9
y						

б) Постройте график этой функции.



VI. Находим закономерности.

Вставьте пропущенное число:

а) $196 (25) 324$
 $325(\dots)137$

б) $18, 10, 6, 4?$

Решение: _____

Ответ: _____

**Квадратный корень
из произведения и дроби****16****I. Развиваем математическую речь.**

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Сформулируйте теорему о квадратном корне из произведения. Если сможете, то доказите её.
2. Можно ли произведение квадратных корней из неотрицательных чисел заменить квадратным корнем из произведения этих чисел? Приведите пример.
3. Сформулируйте теорему о квадратном корне из дроби. Если сможете, то доказите её.
4. Можно ли отношение квадратных корней из положительных чисел заменить квадратным корнем из отношения этих чисел? Приведите пример.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о среднем арифметическом и среднем геометрическом в алгебре и геометрии.

III. Исследуем.Что больше: $\sqrt{a+b}$ или $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ при $a > 0, b > 0$? Почему?

IV. Учимся делать выводы.

1. Вычислите.

а) $\sqrt{49 \cdot 25} =$ _____ ;

г) $\sqrt{16 \cdot 25} =$ _____ ;

б) $\sqrt{144 \cdot 9} =$ _____ ;

д) $\sqrt{0,04 \cdot 1,21} =$ _____ ;

в) $\sqrt{0,01 \cdot 225} =$ _____ ;

е) $\sqrt{0,36 \cdot 0,49} =$ _____ .

2. Найдите значение выражения.

а) $\sqrt{\frac{1}{36}} =$ _____ ;

в) $\sqrt{3 \frac{1}{16}} =$ _____ ;

б) $\sqrt{\frac{169}{144}} =$ _____ ;

г) $\sqrt{1 \frac{13}{36}} =$ _____ .

3. Вычислите значение корня:

а) $\sqrt{144 \cdot 0,64} =$ _____ ;

в) $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 0,04 \cdot 36} =$ _____ ;

б) $\sqrt{0,0049 \cdot 8100} =$ _____ ;

г) $\sqrt{625 \cdot 9 \cdot 36} =$ _____ .

4. Вычислите:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$ _____ ;

г) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{3} =$ _____ ;

б) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90} =$ _____ ;

д) $\sqrt{\frac{2}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{19}} \cdot \sqrt{\frac{19}{8}} =$ _____ ;

в) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} =$ _____ ;

е) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{33} \cdot \sqrt{11} =$ _____ .

5. Разложив подкоренное выражение на множители, вычислите:

а) $\sqrt{115600} =$

в) $\sqrt{902500} =$ _____ ;

$$\begin{array}{r|l} 115600 & 100; \\ 1156 & 4 \\ 289 & 17 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

б) $\sqrt{577600} =$ _____ ;

г) $\sqrt{1936} =$ _____ .

6. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}} =$ _____ ;

в) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} =$ _____ ;

б) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} =$ _____ ;

г) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} =$ _____ .

7. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{1}{9}} =$ _____ ;

в) $\sqrt{\frac{25}{64}} - \sqrt{\frac{49}{144}} =$ _____ ;

б) $5\sqrt{\frac{1}{25}} + 3\sqrt{\frac{1}{9}} =$ _____ ;

г) $\sqrt{\frac{25}{81}} + \sqrt{\frac{169}{225}} =$ _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Вычислите:

а) $\sqrt{113^2 - 112^2} =$ _____;

б) $\sqrt{50^2 - 14^2} =$ _____;

в) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} =$ _____;

г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}} =$ _____.

2. Вычислите, не используя таблицу квадратов и микрокалькулятор:

а) $\sqrt{9025} =$ _____; в) $\sqrt{1764} =$ _____;

б) $\sqrt{3136} =$ _____; г) $\sqrt{8464} =$ _____.

3. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} =$ _____;

б) $\sqrt{4+\sqrt{15}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{15}} =$ _____;

в) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} =$ _____;

г) $\sqrt{3+2\sqrt{3}} =$ _____.

4. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2\frac{7}{9} \cdot 0,82 + 2\frac{7}{9} \cdot 0,18 + \frac{25,7^2 - 3,2^2}{9}} =$ _____

б) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 0,72 + 1\frac{9}{16} \cdot 0,08 + \frac{19,7^2 - 2,8^2}{25}} =$ _____

Ответ: а) _____ б) _____

5. Рациональным или иррациональным является значение выражения?

а) $10\sqrt{3} + 5 - \sqrt{300} =$ _____;

б) $\sqrt{48} - 5 - 4\sqrt{3} =$ _____;

в) $\sqrt{162} - 10\sqrt{2} + \sqrt{27} =$ _____.

6. Докажите, что $(1-\sqrt{3})^2 = 4-2\sqrt{3}$.Можно ли на основании этого утверждать, что $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = 1-\sqrt{3}$?

Решение: _____

Ответ: _____

VI. Развиваем логическое мышление.

На стадионе вдоль беговой дорожки расставлено 12 флажков на равных расстояниях друг от друга. Старт у первого флажка. У восьмого флажка спортсмен был через 8 с после начала бега. Через сколько секунд, при неизменной скорости, он окажется у двенадцатого флажка?

Решение: _____

Ответ: _____.

VII. Находим закономерности.

По какому закону составлено бесконечное множество чисел:

{2; 12; 36; 80; 150; ...}?

Квадратный корень из степени

17

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Докажите тождество $\sqrt{x^2} = |x|$.

2. Покажите на примере выражения $\sqrt{a^{12}}$, как извлекается квадратный корень из степени с чётным показателем.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о том, каких чисел больше, рациональных или иррациональных?

III. Исследуем.

Верно ли, что при любом натуральном n значение выражения $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1}$ является натуральным числом?

IV. Учимся делать выводы.

1. Вычислите:

а) $\sqrt{4^2} =$ _____ ;

г) $5 \cdot \sqrt{(-5,6)^2} =$ _____ ;

б) $\sqrt{3,17^2} =$ _____ ;

д) $3 \cdot \sqrt{(-2,4)^2} =$ _____ ;

в) $\sqrt{(-7)^2} =$ _____ ;

е) $\sqrt{28^2} =$ _____ .

2. Замените выражение тождественно равным:

- а) $\sqrt{4a^2}$, $a < 0$ _____ ; в) $\sqrt{100a^2}$, $a \geq 0$ _____ ;
 б) $\sqrt{25b^2}$, $b > 0$ _____ ; г) $\sqrt{\frac{1}{16}y^2}$, $y \leq 0$ _____ .

3. Упростите выражение:

$$\sqrt{16 - 8y + y^2} - \sqrt{y^2 + 10y + 25} \text{ при условии:}$$

- а) $y < -5$; б) $-5 \leq y < 4$; в) $y \geq 4$.

Решение:

$$\sqrt{16 - 8y + y^2} - \sqrt{y^2 + 10y + 25} = | \quad | - | \quad |$$

- а) Если $y < -5$, то _____ ;
 б) Если $-5 \leq y < 4$, то _____ ;
 в) Если $y \geq 4$, то _____ .

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

4. Считая, что $a > 0$, $b > 0$, $x > 0$, $y > 0$, упростите выражения:

- а) $\sqrt{16a^{10}} = 4\sqrt{(a^5)^2} =$ _____ ;
 б) $\sqrt{100b^4} = 10\sqrt{(b^2)^2} =$ _____ ;
 в) $\sqrt{a^{12}b^{16}} =$ _____ ;
 г) $\sqrt{\frac{1}{4}y^2x^{20}} =$ _____ ;
 д) $\sqrt{\frac{121a^{16}}{25b^{28}}} =$ _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. При каких значениях a верно равенство?

- а) $\sqrt{a^2} = -a$ _____ ;
 б) $\sqrt{a^2} = a$ _____ .

2. Обоснуйте верность равенства $\sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} = 3 - \sqrt{8}$.

3. Упростите:

- а) $\sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} =$ _____ ;
 б) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} =$ _____ .

4. Упростите выражение:

а) $\sqrt{(x-7)^2}$ при $x \geq 7$ _____;

б) $\sqrt{(x+4)^2}$ при $x < -4$ _____;

в) $\sqrt{1+6a+9a^2}$ при $a < -\frac{1}{3}$ _____;

г) $\sqrt{x^2 - 4xy + 4y^2}$ при $x \geq 2y$ _____.

5. Решите уравнение:

а) $\sqrt{(x-3)^2} = x-3$;

б) $\sqrt{(4-x)^2} = x-4$.

Решение:

а) _____

б) _____

Ответ: а) _____; б) _____.

6. Сравните числа:

а) $\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}}$ и $\sqrt{1 + \sqrt{5}}$

_____;

б) $1 + \sqrt{\sqrt{17} + 12\sqrt{2}}$ и $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

_____.

7. Упростите выражение

$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ при условии:

а) $x < -2$; б) $-2 \leq x < 3$; в) $x \geq 3$.

Решение:

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

8. Упростите выражение:

а) $\sqrt{a^{12}b^{26}}$, если $b < 0$ _____;

б) $a^7 \cdot \sqrt{a^6b^{12}}$, если $a > 0$ _____;

в) $-\sqrt{a^8y^{18}}$, если $y < 0$ _____;

г) $ab\sqrt{a^4b^2}$, если $b < 0$ _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

Коменданту восьмиквартирного дома дали 8 ключей, каждый из которых открывает только одну квартиру. Ключи перепутаны. Выберите способ подбора ключей и укажите, сколько попыток (самое большее) придётся сделать коменданту, чтобы открыть все квартиры.

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерности.

По какому закону составлено бесконечное множество: $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}; \frac{1}{42}; \dots\right\}$?

Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня

18

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. На примере выражения $3\sqrt{a}$ покажите, как можно внести множитель под знак корня.
2. На примере выражения $\sqrt{8a}$ покажите, как можно вынести множитель за знак корня.
3. Какое преобразование можно выполнить, чтобы сравнить значения выражений $5\sqrt{5}$ и $3\sqrt{7}$?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о двойных радикалах.

III. Исследуем.

Выясните, каким должно быть соотношение между числами a и b , чтобы было верно равенство

$$\sqrt{a + \frac{a}{b}} = a\sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ где } a \text{ и } b \text{ — натуральные числа.}$$

Проиллюстрируйте правильность вашего вывода на примерах.

IV. Учимся делать выводы.

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| а) $\sqrt{20} =$ _____ ; | г) $\sqrt{180} =$ _____ ; |
| б) $\sqrt{72} =$ _____ ; | д) $\sqrt{112} =$ _____ ; |
| в) $\sqrt{50} =$ _____ ; | е) $\sqrt{75} =$ _____ . |

2. Внесите множитель под знак корня:

а) $3\sqrt{2} =$ _____ ; в) $-6\sqrt{3} =$ _____ ;
 б) $2\sqrt{5} =$ _____ ; г) $-\frac{2}{3}\sqrt{18} =$ _____ .

3. Сравните значения выражений:

а) $3\sqrt{50}$ и $2\sqrt{98}$; б) $3\sqrt{13}$ и $\sqrt{87}$; в) $10\sqrt{18}$ и $15\sqrt{8}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

4. В каждом слагаемом вынесите из-под знака корня числовой множитель и упростите выражение.

а) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{72} =$ _____

б) $\sqrt{48} - \sqrt{12} - \sqrt{108} + \sqrt{75} + \sqrt{27} =$ _____

Ответ: а) _____; б) _____.

5. Упростите выражение:

а) $(\sqrt{7} + \sqrt{20}) - (\sqrt{28} - 3\sqrt{5}) =$ _____

б) $(2\sqrt{8} - \sqrt{50}) + (2\sqrt{18} - 3\sqrt{32}) =$ _____

в) $(2\sqrt{80} - 3\sqrt{12}) - (\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{27}) =$ _____

г) $(\sqrt{600} - 6\sqrt{6} - 4\sqrt{15}) - (2\sqrt{54} - 3\sqrt{60}) =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{7a^4} =$ _____ ; в) $\sqrt{3x^2}$, где $x > 0$ _____ ;
 б) $\sqrt{8b^{16}} =$ _____ ; г) $\sqrt{2a^2}$, где $a < 0$ _____ .

2. Внесите множитель под знак корня, считая $x < 0$, $y > 0$, $a < 0$, $b > 0$.

а) $x\sqrt{3} =$ _____ ; в) $a\sqrt{7} =$ _____ ;
 б) $y\sqrt{5} =$ _____ ; г) $-b\sqrt{11} =$ _____ .

3. Какие из выражений не имеют смысла?

- а) $\sqrt{3\sqrt{2} - \sqrt{19}}$ _____ ;
б) $\sqrt{5\sqrt{3} - 8\sqrt{2}}$ _____ ;
в) $\sqrt{2\sqrt{17} - 5}$ _____ ;
г) $\sqrt{7\sqrt{3} - 11}$ _____ .

4. Упростите выражение:

$(x-4)\sqrt{\frac{1}{x^2-8x+16}}$ при:

- а) $x > 4$ _____ ;
б) $x < 4$ _____ .

5. Упростите выражение при $x < 0$, $y > 0$:

- а) $3x^2\sqrt{x^2y^6} + y\sqrt{x^6y^4} =$ _____ ;
б) $x\sqrt{x^4y^3} - 3y\sqrt{x^6y} =$ _____ .

VI. Развиваем логическое мышление.

К шести квартирам имеется три ключа. Каждый ключ подходит к двум квартирам, но неизвестно, к каким. Укажите наиболее экономичный способ подбора ключей. Сколько попыток (самое большее) надо сделать, чтобы подобрать ключи?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерности.

По какому признаку из множества обыкновенных дробей $\frac{1}{n}$, где $n \leq 20$, выделено подмножество:

$\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{13}, \frac{1}{16}, \frac{1}{19}\right\}$?

Преобразование выражений, содержащих квадратные корни

19

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. На примере выражения $3\sqrt{a}$ покажите, как можно внести множитель под знак корня.
2. На примере выражения $\sqrt{8a}$ покажите, как можно вынести множитель за знак корня.

3. На примере выражений $\frac{1}{\sqrt{a}}$ и $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ покажите, как можно освободиться от иррациональности в знаменателе дроби.

II. Находим информацию.

Какие числа пифагорейцы называли «неразумными числами»? Что они знали об этих числах?

III. Исследуем.

Что больше: $\sqrt{n} + \sqrt{n+3}$ или $\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2}$? Подкоренные выражения — четыре последовательных натуральных числа.

IV. Учимся делать выводы.

1. Подчеркните подобные выражения:

а) $5\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, \sqrt{7}$;

в) $3\sqrt{11}, 2\sqrt{a}, -6\sqrt{a}$;

б) $-5\sqrt{7}, 7\sqrt{5}, 5\sqrt{3}, 6\sqrt{7}$;

г) $5\sqrt{x}, 7\sqrt{c}, 8\sqrt{b}, 2\sqrt{x}$.

2. Приведите подобные слагаемые:

а) $8\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} =$ _____;

б) $\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} =$ _____;

в) $\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 7\sqrt{3} =$ _____;

г) $4\sqrt{x} + \sqrt{x} + 5\sqrt{y} + \sqrt{y} =$ _____.

3. Упростите выражение:

а) $7\sqrt{3} + \sqrt{12} =$ _____; г) $3\sqrt{2} - \sqrt{50} =$ _____;

б) $\sqrt{45} - 4\sqrt{5} =$ _____; д) $2\sqrt{45} + 3\sqrt{5} =$ _____;

в) $\sqrt{48} - 8\sqrt{3} =$ _____; е) $2\sqrt{32} + \sqrt{50} =$ _____.

4. Упростите выражение:

а) $8\sqrt{2} - 4\sqrt{18} - \sqrt{50} =$ _____;

б) $11\sqrt{3} - 7\sqrt{48} - \sqrt{75} =$ _____;

в) $2\sqrt{20} - \sqrt{45} - 2\sqrt{12} =$ _____;

г) $2\sqrt{7} + 2\sqrt{28} - 0,5\sqrt{24} =$ _____.

5. Преобразуйте выражение, используя формулы сокращённого умножения:

а) $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) =$ _____;

б) $(4 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{3}) =$ _____;

в) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) =$ _____;

г) $(\sqrt{10} + \sqrt{17})(\sqrt{10} - \sqrt{17}) =$ _____.

6. Преобразуйте выражение, используя формулы сокращённого умножения:

- а) $(1 - \sqrt{3})^2 =$ _____ ;
 б) $(\sqrt{5} + 1)^2 =$ _____ ;
 в) $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 =$ _____ ;
 г) $(\sqrt{11} + \sqrt{6})^2 - 17 =$ _____ .

7. Разложите на множители, используя формулу разности квадратов:

- а) $x^2 - 2 =$ _____ ;
 б) $6 - a^2 =$ _____ ;
 в) $11 - b^2 =$ _____ ;
 г) $b - 7$, где $b \geq 0$ _____ .

8. Сократите дробь:

- а) $\frac{x^2 - 7}{x - \sqrt{7}} =$ _____ ;
 б) $\frac{b + 5}{25 - b^2} =$ _____ ;
 в) $\frac{c^2 - 11}{c - \sqrt{11}} =$ _____ ;
 г) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y} =$ _____ .

9. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- а) $\frac{1}{\sqrt{2}} =$ _____ ; в) $\frac{8}{\sqrt{10} - \sqrt{2}} =$ _____ ;
 б) $\frac{6}{\sqrt{12}} =$ _____ ; г) $\frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} =$ _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Рациональным или иррациональным числом является значение выражения?

- а) $10\sqrt{7} + 5 - \sqrt{700} =$ _____ ;
 б) $5\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{5} =$ _____ ;
 в) $\sqrt{48} - 9 - 4\sqrt{3} =$ _____ ;
 г) $\sqrt{27} - \sqrt{162} + 5\sqrt{3} =$ _____ .

2. Докажите, что числа являются противоположными:

$\sqrt{5} + 2$ и $\frac{1}{2 - \sqrt{5}}$ _____

3. Докажите, что числа являются взаимно обратными:

$7 + \sqrt{48}$ и $\sqrt{49} - 4\sqrt{3}$ _____

4. Сократите дробь:

а) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} =$ _____;

б) $\frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{x}-x} =$ _____;

в) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{y-2\sqrt{xy}+x} =$ _____;

г) $\frac{7-2\sqrt{10}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} =$ _____.

5. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1} =$ _____;

б) $\frac{6}{2+\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{10}} =$ _____.

6. Решите уравнение:

а) $\sqrt{(5x-7)^2} = 7-5x$;

б) $\sqrt{(10-3x)^2} = 3x-10$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

7. Упростите выражение: $\sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

К шести квартирам имеется 4 ключа. Два из них (известно, которые) подходят каждый к двум квартирам, а каждый из оставшихся двух — к одной. Ключи перепутаны. Укажите наиболее экономичный способ подбора ключей. Сколько попыток (самое большее) нужно сделать, чтобы подобрать ключи ко всем квартирам?

Решение: _____

Ответ: _____.

VII. Находим закономерность.

Найдите закономерность и запишите следующие три числа в последовательности:

$2\frac{2}{3}, 3\frac{3}{8}, 4\frac{4}{15}, 5\frac{5}{24}, \dots$

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какое уравнение называется квадратным уравнением?
2. Какое квадратное уравнение называется неполным?
3. Приведите пример квадратного уравнения, у которого равен нулю:
а) второй коэффициент; б) свободный член.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о решении квадратных уравнений в Древнем Вавилоне.

III. Исследуем.

При каких значениях a уравнение $ax^2 - (a + 2)x = 0$ имеет единственный корень?

Ответ: _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. Заполните таблицу.

№ п/п	Уравнение	Первый коэффициент	Второй коэффициент	Свободный член
1	$-6x^2 + 4x - 1 = 0$			
2	$3,2x^2 - \frac{3}{11}x + 5 = 0$			
3	$x^2 - 0,2x - \sqrt{5} = 0$	1	-0,2	$-\sqrt{5}$
4	$-x^2 + 4 = 0$			
5	$\frac{1}{7}x^2 - x = 0$			
6		6	-5	-7

2. Заполните таблицу.

№ п/п	Уравнение	Уравнение, записанное в виде $ax^2 + bx + c = 0$	Коэффициенты		
			a	b	c
1	$7 + \frac{x^2}{5} - \sqrt{3}x = 0$	$\frac{1}{5}x^2 - \sqrt{3}x + 7 = 0$	$\frac{1}{5}$	$-\sqrt{3}$	7
2	$6x - 5x^2 + \frac{1}{9} = 0$				
4	$5 = -6x + x^2$				
5	$3x - x^2 = 0$				

3. Какое из чисел $\frac{2}{5}$; -1 ; $-\sqrt{3}$; 0 является корнем уравнения?

- а) $x^2 - 1 = 0$ _____ ; в) $x^2 - \frac{4}{25} = 0$ _____ ;
 б) $x^2 = 3$ _____ ; г) $x^2 + x = 0$ _____ .

4. Решите неполное квадратное уравнение:

- а) $x^2 - 9 = 0$; г) $16 - x^2 = 0$;
 б) $x^2 - 64 = 0$; д) $25 - 4x^2 = 0$;
 в) $4x^2 - 100 = 0$; е) $\frac{1}{100} - 49x^2 = 0$.

Решение:

- а) _____ ; г) _____ ;
 _____ ; _____ ;
 б) _____ ; д) _____ ;
 _____ ; _____ ;
 в) _____ ; е) _____ ;
 _____ ; _____ .

Ответ:

- а) _____ ; г) _____ ;
 б) _____ ; д) _____ ;
 в) _____ ; е) _____ .

5. Решите неполное квадратное уравнение, разложив его левую часть на множители:

- а) $x^2 + 6x = 0$; г) $-4x + x^2 = 0$;
 б) $-x^2 + 9x = 0$; д) $17 - x^2 = 0$;
 в) $7x - x^2 = 0$; е) $x^2 - x = 0$.

Решение:

- а) $x^2 + 6x = 0$, г) _____
 $x(x + 6) = 0$, _____
 $x_1 = 0, x_2 =$ _____

б) _____

д) _____

в) _____

е) _____

Ответ:

а) _____;

в) _____;

д) _____;

б) _____;

г) _____;

е) _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Является ли квадратным уравнение?

а) $7x^3 - 4x - 3 = 0$ _____;

г) $-34x + 1 = 0$ _____;

б) $-2,1x^2 + 5x + 1 = 0$ _____;

д) $6x^2 - 5 = 0$ _____;

в) $-x^2 + 7x = 0$ _____;

е) $11x^2 = 0$ _____.

2. При каком значении m уравнение обращается в неполное квадратное уравнение? Напишите это уравнение.

а) $4x^2 + (m - 2)x + m - 6 = 0$ _____;

б) $x^2 - (3 - m)x + (m - 3) = 0$ _____;

в) $(m - 5)x^2 + (m^2 - 25)x + 1 = 0$ _____.

3. Запишите в один из столбцов таблицы каждое из уравнений:

а) $-4x^2 + 11 = 0$;

в) $4x^2 + 9x = 0$;

д) $x^2 + 13 = 0$;

б) $3x^2 + 7 = 0$;

г) $7x^2 = 0$;

е) $5x^2 - 16 = 0$.

Уравнение имеет два корня	Уравнение имеет один корень	Уравнение не имеет корней

4. Составьте какое-нибудь квадратное уравнение, которое

а) не имеет корней _____;

б) имеет два корня _____;

в) имеет два иррациональных корня _____;

г) имеет один корень _____.

5. При каких значениях a существуют корни уравнения $x^2 + a = 0$?

6. При каком значении k уравнение $15x^2 + 6x + k = 400$ имеет корень, равный 0?

7. Решите уравнения:

а) $\frac{x^2 - 16}{x + 4} = 0$;

б) $\frac{3x + x^2}{x + 3} = 0$.

Решение:

а) _____

б) _____

_____ ;

_____ .

8. Решите уравнения:

а) $2 = \frac{9x^2 - 4}{6}$;

б) $(x - 3)^2 = 4$.

Решение:

а) _____

б) _____

_____ ;

_____ ;

Ответ:

а) _____ ;

б) _____ .

9. Решите уравнения:

а) $x^2 + 12x + 20 = 0$;

в) $x^2 + 14x + 24 = 0$;

б) $x^2 - 2x - 3 = 0$;

г) $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Решение:

а) _____

в) _____

_____ ;

_____ ;

б) _____

г) _____

_____ ;

_____ .

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

VI. Находим закономерности.

Проверьте равенства:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \cdot 3}, \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3 \cdot 4}, \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4 \cdot 5}.$$

Продолжите эту цепочку равенств. Запишите соответствующее буквенное равенство и докажите его.

Примените доказанное равенство для упрощения выражения:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Формула корней квадратного уравнения

22

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Что называют дискриминантом квадратного уравнения?
2. Сколько корней может иметь квадратное уравнение?
3. Как зависит количество корней квадратного уравнения от дискриминанта?
4. Напишите формулу корней квадратного уравнения.
5. Напишите формулу корней квадратного уравнения, в котором второй коэффициент является чётным числом.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о золотом сечении.

III. Исследуем.

а) Дано уравнение $3x^2 - 7x + 2 = 0$. Запишите новое уравнение, поменяв в данном уравнении местами a и c . Решив оба уравнения, определите, как связаны между собой их корни.

б) Докажите, что если числа m и n — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, $c \neq 0$), то корнями уравнения $cx^2 + bx + a = 0$ являются числа $\frac{1}{m}$ и $\frac{1}{n}$. (Для доказательства воспользуйтесь подстановкой чисел $\frac{1}{m}$ и $\frac{1}{n}$ в соответствующее уравнение).

IV. Учимся делать выводы.

1. Заполните таблицу.

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$D = b^2 - 4ac$	$\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac}$
1	$x^2 - 6x + 5 = 0$	1	-6	5	$(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16$	4
2	$x^2 - 6x + 8 = 0$					
3	$2x^2 - 3x - 2 = 0$					
4	$-x^2 + 4x + 3 = 0$					
5	$-x^2 + 8x - 15 = 0$					

2. Заполните таблицу.

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	$D = b^2 - 4ac$	Количество корней
1	$x^2 - 10x - 24 = 0$	$(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 196 > 0$	2 корня
2	$x^2 + 8x - 1 = 0$		
3	$x^2 - 2x + 5 = 0$		
4	$4x^2 + 4x + 1 = 0$		
5	$-3x^2 + x - 2 = 0$		

3. Закончите решение уравнения:

а) $x^2 - 4x - 12 = 0$

$a = 1, b = -4, c = -12,$

$D = b^2 - 4ac =$ _____

$x_{1,2} =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

б) $4x^2 - 5x - 4 = 0$

$a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____

$D =$ _____

$x_{1,2} =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

4. Решите квадратное уравнение:

а) $-2x^2 + 5x + 3 = 0;$

б) $x^2 - 5x + 3 = 0;$

в) $x^2 + 7x + 2 = 0;$

г) $x^2 - 5x + 6 = 0;$

д) $25x^2 + 10x + 1 = 0;$

е) $3x^2 - 3x + 4 = 0.$

Решение:

а) _____;
_____;

г) _____;
_____;

б) _____;
_____;

д) _____;
_____;

в) _____;
_____;

е) _____;
_____;

Ответ:

а) _____;

в) _____;

д) _____;

б) _____;

г) _____;

е) _____.

5. Уравнение $ax^2 + 2kx + c = 0$ называется уравнением с чётным вторым коэффициентом. По формуле корней квадратного уравнения с чётным вторым коэффициентом $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$, где

$D_1 = k^2 - ac$, решите уравнение:

а) $x^2 - 2x - 15 = 0$

$a = 1, k = -1, c = -15,$

$D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-15) = 16$

$x_{1,2} =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

б) $x^2 - 4x - 96 = 0$ _____

в) $2x^2 + 4x - 1 = 0$

г) $5x^2 + 8x + 3 = 0$

6. Известно, что если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициенты связаны соотношением $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a}$. Используя это, решите уравнения:

а) $2001x^2 - 2000x - 1 = 0$

так как $2001 + (-2000) + (-1) = 0,$

то $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{2001}$

б) $17x^2 - 19x + 2 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

в) $201x^2 - 300x + 99 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

г) $623x^2 - 800x + 177 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

д) $-61x^2 + 65x - 4 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

е) $-101x^2 + 199x - 98 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

7. Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициенты связаны соотношением $a + c = b$, то $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$. Используя это, решите уравнения:

а) $2018x^2 + 2019x + 1 = 0$

так как $2018 + 1 = 2019$, то

$x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2018}$

б) $409x^2 + 500x + 91 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

в) $-1361x^2 - 1407x - 46 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

г) $673x^2 + 73x - 600 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

д) $199x^2 + 81x - 118 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

е) $403x^2 + 8x - 395 = 0$

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Из уравнений $4x^2 - 12x + 9 = 0$; $25x^2 + 10x + 1 = 0$; $x^2 - 3x + 5 = 0$; $3x^2 - 11x + 10 = 0$; $x^2 + x - 3 = 0$, $2x^2 + 7x + 8 = 0$ выпишите те, которые

- а) имеют один корень _____;
- б) имеют два рациональных корня _____;
- в) имеют два иррациональных корня _____;
- г) не имеют корней _____.

2. Докажите, что при любом значении a уравнение $5x^2 - ax - 3 = 0$ имеет два корня.

Доказательство: _____

3. Существует ли такое значение a , при котором уравнение $x^2 - ax - a - 5 = 0$:

- а) не имеет корней _____;
- б) имеет один корень _____;
- в) имеет два корня? _____.

Ответ: _____.

4. Решите уравнения:

- а) $x^2(x - 2) - 10x(x - 2) - 24(x - 2) = 0$;
- б) $2y^2(y + 1) - 3y(y + 1) - 9(y + 1) = 0$.

Решение:

- а) _____ б) _____
- _____ ; _____

Ответ:

- а) _____ ; б) _____

5. Решите уравнения:

- а) $(x^2 - 4x + 1)^2 - 11(x^2 - 4x + 1) + 30 = 0$;
- б) $(x^2 + 4x + 1)^2 - 4(x^2 + 4x + 1) - 12 = 0$.

Решение:

- а) _____
- _____ ;
- б) _____
- _____

Ответ:

- а) _____ ; б) _____

6. Решите уравнения:

а) $x - 9\sqrt{x} + 20 = 0$;

б) $x + \sqrt{x} - 6 = 0$.

Решение:

а) _____ ;

б) _____ .

Ответ:

а) _____ ; б) _____ .

7. Решите уравнения:

а) $x^4 + 15x^2 - 16 = 0$;

в) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$;

б) $y^4 + 5y^2 + 4 = 0$;

г) $36y^4 - 13y^2 + 1 = 0$.

Решение:

а) _____ ;

б) _____ ;

в) _____ ;

г) _____ .

Ответ:

а) _____ ; в) _____ ;

б) _____ ; г) _____ .

8. Решите уравнения:

а) $6x^2 + 5x - \frac{|x|}{x} = 0$;

в) $\frac{12x^3}{|x|} - 7x + 1 = 0$;

б) $6x^2 + \frac{5x^2}{|x|} - 1 = 0$;

г) $12x \cdot |x| + 7x + 1 = 0$.

Решение:

а) _____ ;

б) _____ ;

в) _____ ;

г) _____ .

Ответ:

а) _____ ; в) _____ ;

б) _____ ; г) _____ .

9. Решите уравнения:

а) $x^2 - (2p - 2)x + p^2 - 2p = 0$;

б) $x^2 + px - 6p = 2p^2 + 4$.

Решение:

а) _____ ;

б) _____ .

Ответ:

а) _____ ; в) _____ .

VI. Развиваем логическое мышление.

В отверстие трубы влетела одна материальная частица, а спустя 6,8 мин в то же отверстие влетела вторая частица. Влетев в трубу, каждая частица начинает движение вдоль трубы: первая частица перемещается равномерно со скоростью 5 м/мин, а вторая в первую минуту пролетает 3 м, а в каждую следующую минуту на 0,5 м больше, чем в предыдущую. Через сколько минут вторая частица догонит первую?

Решение:

Ответ: _____ .

VII. Находим закономерности.

Выполните действия:

а) $((637637 : 7) : 11) : 13$;

в) $((753753 : 11) : 13) : 7$;

б) $((538538 : 13) : 11) : 7$;

г) $11 \cdot 13 \cdot 7$.

Найдите общую закономерность.

Решение задач с помощью квадратных уравнений

23

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие формулы корней квадратных уравнений вы знаете?
2. Каковы основные этапы решения текстовой задачи?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об исторических задачах на составление и решение квадратных уравнений.

III. Исследуем.

Вам, вероятно, приходилось слышать о золотом сечении.

Так называют число, выражающее определённое отношение длин отрезков. Архитектурные сооружения, построенные с использованием золотого сечения, поражают своей соразмерностью, завершенностью, красотой. Золотое сечение может быть описано следующим образом: точка делит отрезок на две части в отношении, равном золотому сечению, если отношение большей части к меньшей равно отношению длины всего отрезка к длине большей его части. Приняв длину меньшей части за 1, а большей за x , составьте и решите соответствующее уравнение, чтобы найти это число. Запишите его точное значение и приближённое значение с тремя знаками после запятой.

Решение: _____

Ответ: _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. Решите задачу.

Одно число больше другого на 6, а их произведение равно 160. Найдите эти числа. Заполнив пропуски, составьте уравнение по условию задачи и решите его.

Решение.

Пусть x — первое искомое число, тогда _____ второе искомое число. Так как произведение этих чисел равно 160, можно составить уравнение: _____

Решим это уравнение:

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

Ответ: 1) -16 и -10; 2) 10 и 16.

2. Ширина прямоугольника на 5 см меньше длины, а его площадь равна 6 см^2 . Найдите длины сторон. Заполнив пропуски, составьте уравнение по условию задачи и решите его.

Решение.

Пусть ширина прямоугольника равна x см, тогда длина прямоугольника равна _____ см.
Зная, что площадь прямоугольника 6 см^2 , можно записать уравнение:

Решим полученное уравнение:

Ответ: 1) 6 см и 1 см.

3. Решите задачу.

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 5 см.
Найдите катеты, если один из них на 1 см меньше другого.

Решение.

Пусть длина меньшего катета x см, тогда длина большего катета _____ см. Используя теорему Пифагора, составим уравнение:

Решим это уравнение:

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

Так как x — длина катета, то $x =$ _____.

Ответ: _____.

4. Решите задачу.

Стороны прямоугольника относятся как 2:5. Найдите их, если площадь прямоугольника равна 5760 см^2 .

Решение.

Пусть x см — длина одной части. Так как на одну сторону приходится 2 части, то её длина _____ см. Так как на другую сторону прямоугольника приходится _____ частей, то её длина _____ см. Составим уравнение на основании того, что площадь прямоугольника равна _____ см^2 .

Решим это уравнение:

$x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

Ответ: _____.

5. Решите задачу.

Найдите три последовательных целых числа, сумма квадратов которых равна 770.

Решение.

Пусть x — первое искомое целое число, тогда _____ второе искомое целое число, _____ третье искомое целое число. Так как сумма квадратов этих чисел равна 770, можно составить уравнение:

Решим это уравнение:

$$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}.$$

Ответ: 1) -17; -16; -15; 2) 15; 16; 17.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Существует ли прямоугольный треугольник, стороны которого выражаются последовательными чётными числами? последовательными нечётными числами?

Решение: _____

Ответ: _____

2. Сумму n последовательных натуральных чисел, начиная с 1, можно вычислить по формуле

$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$. Определите, сколько натуральных чисел, начиная с 1, надо сложить, чтобы в сумме получилось 66. Какое наименьшее число последовательных натуральных чисел от 1 до n надо сложить, чтобы их сумма была больше 55?

Решение: _____

Ответ: _____

3. Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 400 р., а окончательная 256 р.?

Решение: _____

Ответ: _____

4. Андрей положил на хранение в банк 50 000 р. По истечении года к его вкладу были причислены процентные деньги, и в то же время он увеличил свой вклад ещё на 50 000 р., а по истечении ещё одного года попросил выдать ему накопленные процентные деньги. Сколько процентов в год начисляет банк, если Андрей получил 12 320 р. процентных денег, оставив вклад в 100 000 р. на новый срок?

Решение: _____

Ответ: _____

5. Найдите двузначное число, если цифра его десятков на 2 больше цифры единиц, а произведение числа и суммы его цифр равно 900.

Решение: _____

Ответ: _____

VI. Развиваем логическое мышление.

К пяти чемоданам имеется три ключа. Один из них подходит к одному чемодану (известно, какой), а каждый из двух оставшихся к двум. Ключи перепутаны. Укажите наиболее экономичный способ подбора ключей. Сколько попыток (самое большее) нужно сделать, чтобы открыть все чемоданы? Чтобы подобрать ключи?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерность.

Продолжите ряд чисел ещё на 3 числа.

а) 4; 16; 36; 64; 100; ...

б) 19; 32; 45; 58; 71; ...

Теорема Виета

24

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какое квадратное уравнение называют приведённым?
2. Сформулируйте и докажите теорему Виета.
3. Чему равны сумма и произведение корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$?
4. Сформулируйте и докажите теорему, обратную теореме Виета.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о Ф. Виете и его формулах для корней уравнений второй и третьей степеней.

III. Исследуем.

Найдите все целые значения p , при которых уравнение $x^2 + px + 15 = 0$ имеет целые корни.

Ответ: _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. Преобразуйте уравнение к виду приведённого квадратного уравнения.

а) $3x^2 - 6x + 7 = 0$;

в) $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 4 = 0$;

б) $7x^2 - 14x + 1 = 0$;

г) $\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3 = 0$.

Решение:

а) _____ ; в) _____ ;

б) _____ ; г) _____ .

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна _____ коэффициенту, взятому с _____ знаком, а произведение корней равно _____.

б) Пусть $x^2 + px + q$ — приведённое квадратное уравнение, x_1 и x_2 — его корни.

Тогда $x_1 + x_2 =$ _____, $x_1 \cdot x_2 =$ _____.

3. Заполните таблицу.

Уравнение	Корни x_1 и x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 4x + 3 = 0$			
$x^2 + 6x - 7 = 0$			
$x^2 - x - 12 = 0$			

4. Не решая приведённое квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 , заполните таблицу.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 7x - 10 = 0$	-7	-10
2	$x^2 - 3x + 1 = 0$		
3	$x^2 - 18x - 91 = 0$		
4	$x^2 + 16x + 15 = 0$		

5. Не используя формулу корней квадратного уравнения, заполните таблицу.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	p	q	x_1	x_2
1	$x^2 + px + 8 = 0$	9	8	-1	-8
2	$x^2 + px + 6 = 0$		6	-3	
3	$x^2 + px - 8 = 0$		-8	-2	
4	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-1	
5	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		2	

6. Составьте приведённое квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 .

а) $x_1 = 2$; $x_2 = 5$; $p = -(2 + 5) = -7$; $q = 2 \cdot 5$; $x^2 - 7x + 10 = 0$

б) $x_1 = 3$; $x_2 = 7$ _____;

в) $x_1 = -4$; $x_2 = 3$ _____;

г) $x_1 = -8$; $x_2 = -6$ _____.

7. Не применяя формулу корней, найдите второй корень уравнения, если известен первый:

а) $x_2 - 6x - 7 = 0$, $x_1 = 7$, $x_2 =$ _____;

б) $x_2 + 8x + 15 = 0$, $x_1 = -5$, $x_2 =$ _____;

в) $x_2 + 3x - 18 = 0$, $x_1 = -6$, $x_2 =$ _____;

г) $x_2 - 7x + 10 = 0$, $x_1 = 2$, $x_2 =$ _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Данные в таблице уравнения имеют корни. Заполните таблицу, не решая уравнения.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	Знак корня, имеющего большую абсолютную величину	Знак корня, имеющего меньшую абсолютную величину
1	$x^2 - 16x + 11 = 0$				
2	$x^2 + 16x + 11 = 0$				
3	$x^2 + x - 56 = 0$				
4	$x^2 - x - 56 = 0$				

2. Может ли квадратное уравнение $x^2 + px - 8 = 0$

а) не иметь корней _____;

б) иметь равные корни _____;

в) иметь два корня разных знаков _____;

г) иметь два различных корня одного знака? _____.

3. При каких условиях сумма корней приведённого квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ равна их произведению?

4. В каких случаях сумма и произведение корней приведённого квадратного уравнения являются противоположными числами?

5. Найдите все целые значения p , при которых уравнение имеет целые корни:

а) $x^2 + px + 3 = 0$ _____ ;

б) $x^2 + px - 15 = 0$ _____ .

6. Найдите все целые положительные значения q , при которых данное уравнение имеет целые корни:

а) $x^2 - 5x + q = 0$ _____ ;

_____ ;

б) $x^2 + 6x + q = 0$ _____

_____ .

7. Найдите несколько целых отрицательных значений q , при которых уравнение имеет целые корни. Можно ли перечислить все такие значения q ?

а) $x^2 + 5x + q = 0$ _____ ;

_____ ;

б) $x^2 - 6x + q = 0$ _____

_____ .

8. Составьте квадратное уравнение, если известно, что:

$$x_1 \cdot x_2 = 2, x_1^2 + x_2^2 = 16.$$

Решение:

Ответ: _____.

9. Составьте квадратное уравнение, корни которого

а) на 3 меньше корней уравнения $x^2 + 191x - 1250 = 0$;

б) на 2 больше корней уравнения $x^2 - 187x + 148 = 0$.

Решение:

а) _____

б) _____

Ответ:

а) _____ ; б) _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

В коробке лежат 4 цветных карандаша и 10 простых. Какое наименьшее число карандашей надо взять из коробки, чтобы среди них оказалось не менее трёх цветных?

Решение: _____

Ответ: _____

Решение дробных рациональных уравнений

25

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие уравнения называются дробными? Приведите пример.

2. Какое выражение является общим знаменателем дробей:

а) $\frac{1}{x-5}$ и $\frac{2}{x+6}$; б) $\frac{1}{x-4}$ и $\frac{1}{x^2-16}$?

3. Почему при решении уравнения, содержащего неизвестное в знаменателе дроби, необходима проверка?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о квадратных уравнениях в задачах физики и геометрии.

III. Исследуем.

Не вычисляя корней x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 5x - 19 = 0$, найдите:

а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; б) $x_1^2 + x_2^2$; в) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$; г) $x_1^4 + x_2^4$ _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. Найдите наименьший общий знаменатель для дробей:

а) $\frac{1}{a-3}$ и $\frac{1}{a}$ _____; в) $\frac{3}{x}$ и $\frac{5-2x}{x^2+4}$ _____;

б) $\frac{12}{x-4}$ и $\frac{17}{x+4}$ _____; г) $\frac{10x}{x^3-1}$ и $\frac{2}{x^2+x+1}$ _____.

2. Выполните действия.

а) $\frac{7}{x} \cdot 4 =$ _____ ;

в) $\frac{1}{x^2 + x} \cdot x =$ _____ ;

б) $\frac{3}{a} \cdot 5a =$ _____ ;

г) $\frac{4}{x+1} \cdot (x^2 - 1) =$ _____ .

3. Выполните действия:

а) $\frac{3x}{x-2} + \frac{x}{2-x} =$ _____ ;

б) $\frac{1-5b}{3b-2} + \frac{3b-1}{2-3b} =$ _____ ;

в) $\frac{1}{a} - \frac{1}{a-2} =$ _____ ;

г) $\frac{1}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} =$ _____ .

4. При каких значениях x имеет смысл выражение?

а) $\frac{3x-2}{x-4}$;

б) $\frac{4x-1}{x^2+5x+6}$;

в) $\frac{1}{x^2-16} + \frac{1}{x(5x-7)}$;

5. Решите уравнение:

а) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6} \quad | \cdot 6; \frac{6(x-1)}{2} + \frac{6 \cdot 2x}{3} = \frac{6 \cdot 5x}{6}; 3(x-1) + 2 \cdot 2x = 5x;$

Ответ: _____ .

б) $\frac{5x+1}{3} + \frac{16-x}{6} = \frac{x+10}{7} + 3 \quad | \cdot 42;$

$\frac{42 \cdot (5x+1)}{3} + \frac{42 \cdot (16-x)}{6} = \frac{42(x+10)}{7} + 3 \cdot 42;$

Ответ: _____ .

в) $\frac{8z-1}{5} - \frac{3z+3}{4} = \frac{50-2z}{9} + 1.$

Ответ: _____ .

6. Заполните пропуски в алгоритме решения дробных рациональных уравнений:

При решении дробных рациональных уравнений целесообразно поступать следующим образом:

1) найти наименьший _____ дробей, входящих в уравнение;

2) _____ обе части уравнения на _____;

3) решить получившееся целое уравнение;

4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль _____.

7. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} \quad \left| \cdot x(x-5) \right. \quad x \neq 0, x \neq 5$$

Решение:

$$\frac{x(x-5)(x-3)}{x-5} + \frac{x(x-5)}{x} = \frac{x(x-5)(x+5)}{x(x-5)},$$

$$x(x-3) + x - 5 = x + 5;$$

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}; x_2 = 5 \text{ — не является корнем.}$$

Ответ: -2.

$$\text{б) } \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+7} = \frac{5}{28} \quad \left| \cdot 28(x-3)(x+7) \right. \quad x \neq 3, x \neq -7$$

Ответ: _____.

$$\text{в) } \frac{14}{x^2-2x} = \frac{21}{x(x+2)} + \frac{5}{x}$$

Решение:

$$\frac{14}{x(x-2)} = \frac{21}{x(x+2)} + \frac{5}{x} \quad \left| \cdot x(x-2)(x+2) \right. \quad x \neq 0, x \neq 2, x \neq -2;$$

Ответ: _____.

$$\text{г) } \frac{4}{x-3} - x + 3 = 0$$

Решение:

$$\frac{4}{x-3} - \frac{(x-3)}{1} = 0 \quad \left| \cdot (x-3) \right. \quad x \neq 3;$$

Ответ: _____.

8. Решите уравнение: $\frac{1}{x-3} + \frac{18}{x^2-9} = \frac{x}{x+3}$

Решение:

Ответ: _____.

9. Решите уравнение:

а) $\frac{x-2}{x+1} = \frac{2x+1}{x+25}$

Решение:

Ответ: _____.

б) $\frac{2x^2+x-15}{x+3} = 0$

Решение: $\begin{cases} 2x^2+x-15=0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases} \quad (1)$

(1): $2x^2+x-15=0$; $D =$ _____

$x_{1,2} =$ _____; $x_1 =$ _____;

$x_2 = -3$ — посторонний корень.

Ответ: _____.

в) $\frac{3x^2+13x-10}{x+5} = 0$

Решение:

Ответ: _____.

10. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{3x}{x+2}\right)^4 - 8\left(\frac{3x}{x+2}\right)^2 - 9 = 0$

Решение: $\left(\frac{3x}{x+2}\right)^2 = t$

Ответ: -1.

$$б) \frac{x}{x^2-6} + \frac{x^2}{x-6} + 2 = 0$$

$$\text{Решение: } \left(\frac{x}{x^2-6} + 1 \right) + \left(\frac{x^2}{x-6} + 1 \right) = 0$$

Ответ: _____.

$$в) \frac{x^2+3x+2}{x^2-x+2} + \frac{x}{x^2-2x+2} = 1$$

Решение: $x = 0$ — корень уравнения (проверьте). Пусть далее $x \neq 0$. Разделим числитель и знаменатель каждой дроби на $x \neq 0$.

$$\frac{x+3+\frac{2}{x}}{x-1+\frac{2}{x}} + \frac{1}{x-2+\frac{2}{x}} = 1$$

Ответ: 0.

$$г) \frac{1}{(x^2+3x)^2+1} + \frac{3}{(x+3)^2+1} + \frac{5}{(x^2+2x-3)^2+1} = 9.$$

Решение: первая дробь меньше или равна 1 (подумайте почему), вторая дробь _____ 3, третья дробь _____ 5. Следовательно, левая часть уравнения _____ 9 и равенство будет выполнено, если одновременно выполняются условия

$$\begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} = 0 \end{cases}$$

Ответ: -3.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. При каких значениях аргумента x равны соответствующие значения функций:

$$y = \frac{3x+10}{x-2} \text{ и } y = 2x+3;$$

Решение:

Ответ: _____.

2. Решите уравнение:

а) $\frac{x^2}{4} + \frac{9}{x^2} = 3\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{x}\right) + 1\frac{3}{4}$;

в) $5x + \frac{5}{2x} = 2x^2 + \frac{1}{2x^2} + 4$;

б) $\left(\frac{x^2}{x-2}\right)^2 + \frac{2x^2-3x+6}{x-2} = 0$;

г) $x^2 + \frac{9x^2}{(x-3)^2} = 2$.

Решение:

а) _____;

б) _____;

в) _____;

г) _____.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые два стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

Решение: _____

Ответ: _____.

VII. Находим закономерность.

Угадайте, по какому закону составлено бесконечное множество: $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots\right\}$.

Решение задач с помощью рациональных уравнений

26

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие формулы для нахождения: скорости равномерного прямолинейного движения; площадей и периметров многоугольников; стоимости покупки; производительности труда вы знаете?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о нахождении формул для решения кубических уравнений.

III. Исследуем.

В Третьяковской галерее висит картина художника Богданова-Бельского «Устный счёт». На классной доске записано выражение $\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$. В числителе сумма квадратов пяти последовательных целых чисел.

Ученики могут найти значение этого выражения устно, если они заметят, что сумма квадратов первых трёх из них равна сумме квадратов последних двух (проверьте!)

Существуют ли ещё пять последовательных целых чисел, которые обладают таким же свойством?

IV. Учимся делать выводы.

1. Из города А в город В, расстояние между которыми 150 км, одновременно отправляются два автомобиля. Первый проезжает в час на 10 км больше второго и приезжает в В на полчаса раньше него. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение.

Для решения задачи внесём недостающие данные в таблицу.

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)
I автомобиль		150	
II автомобиль	x	150	

на $\frac{1}{2}$ часа
(больше, меньше)

Составим и решим уравнение:

Ответ: 60 км/ч.

2. Из города А в город В, расстояние между которыми 20 км, была отправлена грузовая машина. Через 8 мин вслед за ней выехал автобус, который прибыл в город В одновременно с машиной. Скорость автобуса на 5 км/ч больше скорости грузовой машины. Найдите скорость автобуса.

Решение.

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)
грузовая машина	x	20	
автобус		20	

на 8 мин = $\frac{2}{15}$ часа
(больше, меньше)

Составим и решим уравнение:

Ответ: 30 км/ч.

3. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Теплоход затратил на 50 км пути по течению и 8 км против течения 3 часа.

Какова собственная скорость теплохода?

Решение.

Пусть x км/ч — собственная скорость теплохода.

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)
по течению	$x + 2$	50	
против течения		8	

} 3 часа

Ответ: _____.

4. Два насоса, работая одновременно, могут выкачать воду из котлована за 3 ч 36 мин. Один первый насос затратит на эту работу на 3 ч больше, чем один второй. За какое время может выкачать воду каждый насос?

Решение.

	N производительность (работа в единицу времени)	время t (ч)	работа A
I насос	$\frac{1}{x+3}$	$x+3$	1
II насос	$\frac{1}{x}$	x	1

$$A = N \cdot t$$

$$3 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 3\frac{36}{60} \text{ ч} = 3\frac{3}{5} \text{ ч}.$$

	N	t (ч)	A
I насос	$\frac{1}{x+3}$	$3\frac{3}{5}$	
II насос	$\frac{1}{x}$	$3\frac{3}{5}$	

} 1

Составим уравнение и решим его:

Ответ: 9 ч и 6 ч.

5. Работая вместе, двое рабочих за час изготавливают 30 деталей. Первый рабочий изготавливает 60 деталей на 3 часа быстрее второго. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий?

Решение.

Пусть I рабочий изготавливает в час x деталей. Тогда II рабочий за час изготавливает () деталей.

На изготовление 60 деталей I рабочий тратит _____ часов, а II рабочий _____ часов. Так как на изготовление 60 деталей I тратит на 3 ч меньше, чем II, то можно записать уравнение:

Ответ: 20 и 10 деталей в час.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Автобус отправился из пункта А в пункт В. Одновременно навстречу ему из В в А выехал велосипедист. Через 40 мин они встретились, и каждый продолжил движение в своём направлении. Автобус прибыл в пункт В через 10 мин после встречи. Через какое время после встречи прибыл в А велосипедист?

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Для откачивания воды из резервуара имеется четыре насоса. Если включить первый, второй и третий насосы, то работа будет выполнена за 10 мин; если включить первый, третий и четвёртый насосы, то та же работа будет выполнена за 12 мин. Если же будут работать только два насоса, второй и четвёртый, то работа будет выполнена за 15 мин. За какое время можно откачать воду из резервуара при помощи всех четырёх насосов?

Решение: _____

Ответ: _____.

3. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 70%, а во втором — 40% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% меди?

Решение: _____

Ответ: _____

4. Плот проплывает путь из А в В за 6 ч, а моторная лодка — путь из В в А за 2 ч. За какое время моторная лодка преодолеет такое же расстояние в стоячей воде?

Решение: _____

Ответ: _____

VI. Развиваем логическое мышление.

Средняя цифра трёхзначного числа равна сумме крайних цифр. Сумма этого числа с числом, написанным теми же цифрами, но в обратном порядке, есть четырёхзначное число, которое требуется найти.

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерность.

Приведите примеры чисел, отличных от 0 и 1, любая степень которых оканчивается одной и той же цифрой.

Числовые неравенства

28

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

- В каком случае говорят, что:
 - число b больше числа c ;
 - число b меньше числа c ?
- Что означает неравенство $m > n$; $m < n$?
- Что значит сравнить числа a и b ?
- Как на координатной прямой изображаются числа p , q , если $p < q$; $p > q$?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о неравенствах в «Началах» Евклида.

III. Исследуем.

Моторная лодка прошла в один день некоторое расстояние по течению реки и вернулась обратно. В другой день она прошла такое же расстояние по течению более быстрой реки и так же вернулась обратно. В какой из дней лодка затратила на весь путь больше времени?

Ответ: _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. С помощью определения числового неравенства сравните числа:

а) $\frac{4}{5}$ и $\frac{2}{7}$

Решение: $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$, $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$. Так как $\frac{4}{5} - \frac{2}{7} \square 0$, то $\frac{4}{5} \square \frac{2}{7}$.

б) $\frac{2}{5}$ и 0,41

Решение: _____

2. Докажите утверждения:

а) если $a > b$ и $c > d$, то $(a - b)(c - d) > 0$.

Доказательство. Если $a > b$, то $a - b \square 0$, если $c > d$, то $c - d \square 0$.

Поэтому произведение _____, т. е. _____ > 0 .

б) если $a < b$ и $c > d$, то $(a - b)(c - d) < 0$.

Доказательство: _____

3. Сравните числа:

а) $\sqrt{37} + \sqrt{35}$ и 12

б) $3 + 2\sqrt{5}$ и $\sqrt{14} + \sqrt{15}$

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Докажите, что при любом a значение выражения $(3a + 3)(a + 7)$ меньше значения выражения $(3a + 9)(a + 5)$.

Доказательство: _____

2. Верно ли, что при любом значении переменной является истинным неравенство?

а) $3(a + 2) + a + 1 < 4(3 + a)$

_____ ;

б) $(7y + 6)(7y + 8) < 49(y + 1)^2$

_____ ;

в) $(c + 3)(c + 7) < (c + 4)(c + 6)$

_____ ;

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____.

3. Увеличится или уменьшится дробь $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, если к её числителю и знаменателю прибавить по 1? _____

4. Докажите, что если a, b, c — положительные числа и $a > b$, то:

$\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$ _____

5. Какими цифрами можно заменить «звёздочку», чтобы получилось верное двойное неравенство:

а) $\frac{1}{4} < \frac{*}{6} < \frac{11}{12}$ _____ ;

б) $-19,16 > -19,*3 > -19,35$ _____ ;

в) $\frac{1}{14} < \frac{*}{7} < \frac{27}{28}$ _____ .

6. Известно, что $a < b$. Расположите в порядке убывания числа:

$a; a - 3,11; b + 0,2; a - \frac{1}{9}$

7. Укажите все дроби вида $\frac{3}{n}$, где $n \in N$, заключённые между числами

а) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$ _____ ;

б) $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{6}$ _____ .

VI. Развиваем логическое мышление.

Сегодня я поймал столько рыбы, сколько ты вчера и сегодня, но зато позавчера ты поймал на 2 кг больше, чем я вчера и позавчера. Всего же мы поймали за три дня 18 кг рыбы. Сколько рыбы поймал каждый из нас за три дня?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерность.

Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 11, 12 и 11. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

Решение: _____

Ответ: _____

Свойства числовых неравенств

29

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Известно, что $x > y$. Изменится ли знак неравенства, если к обеим частям этого неравенства прибавить число -8 ?
2. Изменится ли знак неравенства $b < c$, если обе его части:
 - 1) умножить на $0,3$;
 - 2) умножить на -7 ;
 - 3) разделить на -1 ;
 - 4) разделить на $\frac{1}{2}$?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о методах доказательства неравенств.

III. Исследуем.

Используя неравенство треугольника, найдите на прямой a такую точку B , чтобы длина ломаной $AB + BC$ была наименьшей.



IV. Учимся делать выводы.

1. Прибавьте к обеим частям неравенства данное число.

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$18 > 6$	7	$25 > 13$
$-7 < 19$	4	
$18 > 5$	-20	
$a + 5 > a$	7	

2. Заполните пропуски так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Если к обеим частям верного неравенства прибавить одно и то же число, то получится _____;

б) Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится _____;

в) Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число и _____ знак неравенства на _____, то получится верное неравенство.

3. Умножьте обе части исходного неравенства на данное число (см. таблицу 1).

4. Разделите обе части исходного неравенства на данное число (см. таблицу 2).

Таблица 1

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$6 < 9$	2	$12 < 18$
$4 > -7$	6	
$5 > -1$	-7	
$-8 < 2$	-2	
$-16 < -3$	-3	

Таблица 2

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$8 < 16$	2	
$7 > 3$	-1	
$15 < -21$	-3	
$-200 > 16$	4	
$-6 > -100$	-2	

5. Известно, что $m > n$. Используя свойства числовых неравенств, сравните

а) $-6m$ $-6n$;

в) $5m$ $5n$;

б) $\frac{m}{7}$ $\frac{n}{7}$;

г) $m + 8$ $n + 8$.

6. Известно, что $a < b$. Сравните:

а) $-3a$ и $-3b$ _____;

б) $4a$ и $4b$ _____;

в) $a + 7$ и $b + 7$ _____;

г) $10 - a$ и $10 - b$ _____.

7. Отметьте на координатной прямой точки, имеющие координаты a, b, c, d, e , если $a > b, c < b, c > d, a < e$.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Известно, что $a > b$. Какие из следующих неравенств неверны?

а) $a + 17 > b + 9$;

г) $3a + 1 > 3b$;

б) $-8a < -8b$;

д) $-b < -a$;

в) $a - 3 < b - 2$;

е) $-\frac{a-5}{2,3} < -\frac{b-5}{2,3}$.

Ответ: _____.

2. Известно, что a, b, c, d — положительные числа, причём $a > b, d < b, c > a$.

Расположите в порядке убывания числа $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

3. Какими числами (положительными, отрицательными) являются a и b , если верны неравенства:

а) $a - 7 > b - 7$ и $b > 2$ _____; г) $-8a > -8b$ и $b < -0,4$ _____;

б) $a - 4 > b - 4$ и $b < -10$ _____; д) $5a < 3a$ _____;

в) $3a > 3b$ и $b > 6$ _____; е) $-5b < -3b$ _____.

4. Верно ли, что:

а) если $a > 3$, то $a^2 > 3a$ _____; б) если $a < 3$, то $a^2 < 3a$ _____.

5. Может ли разность $a - b$ быть:

а) больше суммы $a + b$ _____;

б) меньше суммы $a + b$ _____;

в) равна сумме $a + b$ _____;

г) больше a _____;

д) больше b _____;

е) равна b ? _____.

Приведите примеры.

6. Верно ли, что:

а) если $a < b$, то $\frac{a}{b} < 1$ _____; в) если $\frac{a}{b} > 1$, то $a > b$ _____;

б) если $\frac{a}{b} < 1$, то $\frac{b}{a} > 1$ _____; г) если $a > b$, то $a^2 > b^2$ _____.

7. Можно ли сравнить a и d , если известно, что:

а) $a = b, b < c, c \leq d$ _____;

б) $a \geq c, b = c, d \leq b$ _____;

в) $a < b, c \geq b, c \geq d$ _____;

г) $a \leq b, c > b, c \leq d$ _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

В языке племени УЫУ всего две буквы У и Ы, причём этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Сравниваем.

Белуга может прожить столько, сколько щука, да ещё 20 лет. Щука может прожить столько, сколько сом, да ещё 20 лет, а сом — в два раза больше золотой рыбки. Сколько лет могут прожить белуга и золотая рыбка в отдельности, если первая может прожить больше золотой рыбки в три раза да ещё 10 лет?

Решение: _____

Ответ: _____

Сложение и умножение числовых неравенств

30

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Как формулируется теорема о сложении неравенств одинакового знака? Приведите пример.
2. Как формулируется теорема об умножении неравенств одинакового знака? Приведите пример.
3. В каком виде следует записать неравенства $a > 6$ и $5 < b$, чтобы к ним можно было применить теоремы сложения и умножения неравенств?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о практическом применении действий с неравенствами.

III. Исследуем.

Дано: $m > n$, $p > m$, $q < n$ и все эти числа отрицательные. Расположите в порядке возрастания числа: $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{q}$.

Ответ: _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. Сложите почленно неравенства:

- а) $16 > 3$ и $7 > 5$ _____ ; г) $0 > -11$ и $7 > -4$ _____ ;
 б) $-8 < -2$ и $-3 < 6$ _____ ; д) $-2,7 < -0,3$ и $5,1 < 20$ _____ ;
 в) $-9 < 1$ и $4 < 10$ _____ ; е) $-0,1 < 0$ и $-3,8 < 5$ _____ .

2. Выполните умножение неравенств:

- а) $4 < 8$ и $7 < 9$ _____ ; г) $6 < 15$ и $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$ _____ ;
 б) $16 > 10$ и $5 > 3$ _____ ; д) $7 < 10$ и $3 < 6$ _____ ;
 в) $16 > 8$ и $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ _____ ; е) $4,5 > 1,5$ и $5 > 3$ _____ .

3. Пусть $13 < a < 15$ и $8 < b < 9$.

Оцените: а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.

а) $\begin{matrix} 13 < a < 15 \\ 8 < b < 9 \end{matrix}$

_____ $< a + b <$ _____

б) $\begin{matrix} 13 < a < 15 \\ -9 < -b < -8 \end{matrix}$

в) $\begin{matrix} 13 < a < 15 \\ 8 < b < 9 \end{matrix}$

_____ $< a \cdot b <$ _____

г) $\begin{matrix} 13 < a < 15 \\ \frac{1}{9} < \frac{1}{b} < \frac{1}{8} \end{matrix}$

_____ $< a - b <$ _____ _____ $< a \cdot \frac{1}{b} <$ _____ _____ $< \frac{a}{b} <$ _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

4. Пусть $3 < a < 8$ и $16 < b < 20$.

Оцените: а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.

Решение:

- а) _____ в) _____
 _____ ; _____ ;
 б) _____ г) _____
 _____ ; _____ .

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

5. Известно, что $8 < a < 11$. Оцените значение выражения:

а) $0,7a$; б) $a - 18$; в) $-2a$; г) $3a + 4$.

Решение:

а) _____; в) _____;

б) _____; г) _____;

_____;

6. Известно, что $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$. Оцените значение выражения:

а) $-\sqrt{7}$; б) $4 - \sqrt{7}$.

а) _____; б) _____;

_____;

Ответ: а) _____; б) _____.

7. Сравните числа: $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ и $\sqrt{7} + \sqrt{2}$.

Решение:

а) $(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 =$ _____

$(\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 =$ _____

$9 + 2\sqrt{18}$ ☐ $9 + 2\sqrt{14}$

$2\sqrt{18}$ ☐ $2\sqrt{14}$

$\sqrt{18}$ ☐ $\sqrt{14}$

Следовательно, _____

б) $\sqrt{10}$ и $3,2$.

Решение:

$(\sqrt{10})^2 =$ _____; $(3,2)^2 =$ _____.

Следовательно, _____

в) $\sqrt{5} - 2$ и $\sqrt{6} - \sqrt{3}$.

Решение: _____

Следовательно, _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Сложите почленно неравенства:

а) $4 > 2$ и $-3 < 1$ _____;

б) $0,7 < 5$ и $2,5 > 1,3$ _____;

в) $-5 > -9$ и $6,5 < 18$ _____;

г) $6a - 3b^2 > 2 - 7a$ и $3b^2 + 5a > 7a + 8$ _____.

2. Верно ли, что:

- а) если $a > 6$, $b > 4$, то $ab > 24$ _____ ; в) если $a > 5$, то $a^2 > 25$ _____ ;
 б) если $a < 3$, $b < 2$, то $ab < 6$ _____ ; г) если $a < 3$, то $a^2 < 9$? _____ .

3. Известно, что $a < b$, причём a и b положительные числа. Сравните:

- а) a^3 b^3 в) $-a^3 - 5$ $-b^3 - 5$
 б) $-17a^7$ $-17b^7$ г) $-b$ $-a$

4. Запишите условие задачи с помощью неравенств.

- а) Рост Миши (h см) не превышает роста Коли, равного 172 см, но больше 169 см.

- б) Число дней в году (a) не меньше 365 и не больше 366.

5. Зная, что ребро куба равно a см, где $3,2 < a < 3,3$, оцените объём и поверхность куба.

Решение: _____

Ответ: _____ .

6. Оцените площадь и периметр прямоугольного треугольника с катетами a см и b см, где $4,5 \leq a \leq 4,7$; $11,1 \leq b \leq 11,2$.

Решение: _____

Ответ: _____ .

7. Пусть $a < 3$, $b > 4$. Докажите, что:

- а) $a + 4 < b + 3$ _____ ;
 б) $a - 4 < b - 5$ _____ ;
 в) $b - 4 > a - 3$ _____ ;
 г) $3b > 3a + 3$ _____ .

8. Докажите, что:

- а) если $x + y > 7$ и $x < 2$, то $y > 5$

Доказательство:

б) если $x - y < -6$ и $x > 3$, то $y > 9$

Доказательство:

в) если $a - 2b < 7$ и $a > -5$, то $b > -6$

Доказательство:

VI. Развиваем логическое мышление.

На табло горит число 1001. Каждую секунду какие-то две соседние цифры одновременно либо увеличиваются на 1, либо уменьшаются на 1 (если могут). Может ли на табло загореться число 2019? Число 2018?

Решение: _____

Ответ: _____.

VII. Находим закономерности.

Вставьте пропущенное число:

а) 4 -1 24
8 5 14
10 3 ?

б) 12 (56) 16
17 (...) 21

Решение: _____

Ответ: _____.

Погрешность и точность приближения

31

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Что называется абсолютной погрешностью приближённого значения? Объясните смысл записи $x = a \pm h$.
2. Как найти абсолютную погрешность приближения, если c — приближённое значение b ?
3. Что называется относительной погрешностью приближённого значения?
4. Знание каких погрешностей даёт возможность сравнивать точности приближённых значений одной и той же величины; разных величин?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о В.М. Брадесе и его вкладе в математику.

III. Исследуем.

Приближённое значение массы Земли равно $(5,98 \pm 0,01) \cdot 10^{24}$ кг. Масса пули охотничьего ружья равна (9 ± 1) г. Какое измерение является более точным?

IV. Учимся делать выводы.

1. Округлите число 9,5816:

- а) до единиц _____ ; в) до сотых _____ ;
б) до десятых _____ ; г) до тысячных _____ .

2. Найдите приближённые значения заданного числа по недостатку и избытку с точностью 0,1:

- а) 2,845 _____ ; б) 1,7(6) _____ ; в) $\frac{43}{48}$ _____ .

3. Округлите число до десятых и найдите абсолютную погрешность каждого из приближённых значений:

- а) $28,37 \approx 28,4$; $|28,37 - 28,4| = |-0,03| = 0,03$;
б) $14,027 \approx$ _____, $|$ _____ $| =$ _____ ;
в) $9,8576 \approx$ _____ ;
г) $128,5703 \approx$ _____ .

4. Найдите абсолютную погрешность приближённого значения, полученного в результате округления:

- а) числа 6,84 до единиц _____ ;
б) числа 341 до десятков _____ ;
в) числа 0,8516 до десятых _____ ;
г) числа 0,2971 до сотых _____ .

5. Найдите абсолютную погрешность приближения, если

- а) длина комнаты 6,4 м, а при измерении получено 6,6 м. _____ ;
б) расстояние между пунктами А и В равно 10,4 км, а при измерении получено 10,2 км. _____

6. С точностью до 0,1% найдите относительную погрешность приближения:

- а) числа $\frac{1}{3}$ числом $\frac{2}{7}$ _____ ;

б) числа $\frac{2}{9}$ числом 0,3 _____.

7. Какое измерение точнее:

а) $x = (700 \pm 1)$ км или $y = (6 \pm 0,1)$ см?

Решение: для величины x относительная погрешность не превосходит $\frac{1}{700} \cdot 100\%$, т. е. 0,14%.

Для величины y относительная погрешность не превосходит _____, т. е. ____%. Качество _____ измерения _____, если _____.

б) $x = (0,7 \pm 0,1)$ см; $y = (150 \pm 0,1)$ см.

Решение: _____

8. Найдите абсолютную и относительную погрешность приближения:

а) числа 0,27 числом $\frac{1}{4}$ _____;

б) числа $\frac{2}{5}$ числом $\frac{1}{3}$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Измерили толщину проволоки L и расстояние l от Земли до Луны. Получили результаты: $L \approx 2,4$ мм с точностью до 0,1 мм; $l \approx 384\,400$ км с точностью до 50 км. Сравните точности измерений, оценив относительные погрешности.

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Какое измерение точнее:

а) $a = (750 \pm 1)$ м или $b = (1,25 \pm 0,01)$ м?

б) $m = (10,6 \pm 0,1)$ с или $q = (1,25 \pm 0,01)$ с?

3. Двое учеников, выполняя практическую работу на измерение длин отрезков, в результате получили (252 ± 1) мм и (180 ± 1) см. Какой из учащихся выполнил работу качественнее?

4. Масса Солнца $(2 \pm 0,1) \cdot 10^{33}$ г. Масса детского мяча $(2,5 \pm 0,1) \cdot 10^2$ г. Какое измерение более точное?

5. Приближённое значение массы Останкинской телевизионной башни $(55 \pm 0,1) \cdot 10^7$ кг. Масса трактора К-700 равна $(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^4$ кг. Какое измерение более точное?

VI. Развиваем логическое мышление.

На доске выписаны числа 1, 2, ..., 20. Разрешается стереть любые два числа a и b и заменить их на число $a + b + ab$. Какое число останется на доске после 19 таких операций?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерности.

Числа от одного до девяти расставлены в порядке возрастания: только почему-то одни из них находятся над чертой, а другие — под ней. Сверху или снизу должно стоять число 10?

$$\begin{array}{r} 489 \\ \hline 123567 \end{array}$$

Решение: _____

Ответ: _____

Пересечение и объединение множеств

32

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Что называется пересечением двух множеств?
2. Что называется объединением двух множеств?

II. Находим информацию.

Используя дополнительную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о Л. Эйлере и Дж. Венне и их вкладе в развитие математики.

III. Исследуем.

Пусть A — множество целых чисел вида $4k + 1$, а B — множество чисел вида $4k + 3$ (k — целое число). Охарактеризуйте множество $A \cup B$.

IV. Учимся делать выводы.

1. Множество A — множество натуральных делителей числа 12, множество B — множество натуральных делителей числа 18. Задайте множества A и B перечислением элементов и найдите их пересечение и объединение.

Решение:

$$A = \{ \quad \}, B = \{ \quad \}.$$

$$A \cap B = \{ \quad \}$$

$$A \cup B = \{ \quad \}.$$

2. Задайте путём перечисления элементов множество X — натуральных делителей числа 72, множество Y — натуральных делителей числа 54. Найдите пересечение и объединение этих множеств.

Решение: _____;

Ответ: _____.

3. Найдите пересечение множеств корней уравнения $x^2 - 4x + 3 = 0$ с множеством корней уравнения $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Решение: _____

Ответ: _____.

4. Найдите пересечение и объединение:

а) множеств цифр, используемых в записи чисел 2386558 и 6753910.

Решение: _____

б) множеств букв, используемых в записи слов «параллелограмм» и «параллелепипед»

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

5. A — множество простых чисел, не превосходящих 30, B — множество простых двузначных чисел, не превосходящих 30.

Задайте множества A и B перечислением элементов и найдите их пересечение и объединение.

Решение: _____

Ответ: _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Пусть A — множество простых чисел, B — множество двузначных чисел, оканчивающихся цифрой 7. Принадлежат ли:

а) пересечению этих множеств числа:

37, 47, 57 _____;

б) объединению этих множеств числа:

11, 81, 97? _____.

2. Пусть A — множество квадратов натуральных чисел, B — множество кубов натуральных чисел. Принадлежат ли:

а) пересечению этих множеств A и B числа:

8, 64, 729 _____

б) объединению этих множеств A и B числа:

8, 16, 125? _____.

3. Известно, что A — множество учащихся 8-х классов, имеющих за II четверть отметку «5» по биологии, а B — множество учащихся 8-х классов, имеющих за II четверть отметку «5» по химии. Охарактеризуйте множество:

а) $A \cap B$ _____

б) $A \cup B$ _____

4. Укажите среди следующих множеств пустое:

а) множество параллелограммов с неравными смежными сторонами;

б) множество целых корней уравнения $x^2 + 8x - 9 = 0$;

в) множество равносторонних треугольников, для которых выполняется равенство $a^2 + b^2 = c^2$, где a, b, c — длины сторон;

г) множество действительных корней уравнения $x^2 + x + 1 = 0$;

д) множество точек с натуральными координатами, лежащих на прямой $y = \sqrt{7}x$.

Ответ: _____.

5. В посёлке 56 человек занимаются охотой или рыбной ловлей. Из них 27 человек занимаются охотой, а 47 — рыбной ловлей. Сколько человек в посёлке занимаются и охотой, и рыбной ловлей?

Решение: _____;

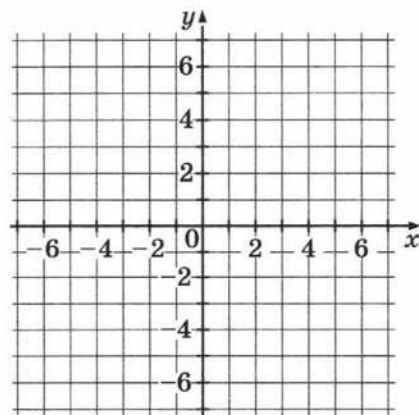
Ответ: _____.

6. Изобразите на координатной плоскости множества A и B и укажите, какую фигуру представляет собой пересечение этих множеств, если:

а) A — множество точек плоскости с координатами $(x; y)$, где x — любое число, $3 \leq y \leq 6$;

B — множество точек плоскости с координатами $(x; y)$, где $2 \leq x \leq 5$, y — любое число.

Решение:



VI. Развиваем логическое мышление.

На доске выписаны числа $1, 2, \dots, 20$. Разрешается стереть любые два числа a и b и заменить их на число $a + b - 1$. Какое число останется на доске после 19 таких операций?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Сравниваем.

4 кг яблок стоят столько же, сколько 3 кг груш. На сколько процентов 10 кг груш дороже 10 кг яблок?

Решение: _____

Ответ: _____

Числовые промежутки**33****I. Развиваем математическую речь.**

Перед вами вопрос. Составьте из ответа на него рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Изобразите на координатной прямой числовые промежутки различного вида, назовите и обозначьте их.

II. Находим информацию.

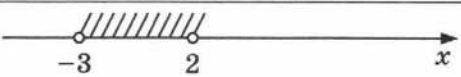
Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение на тему «Неравенства в геометрии».

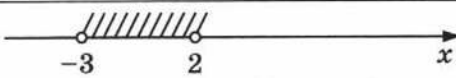
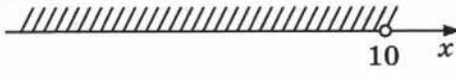
III. Исследуем.

Дом Татьяны находится на расстоянии 800 м от школы и 500 м от дома Наташи. На каком расстоянии от школы может находиться дом Наташи?

IV. Учимся делать выводы.

1. Заполните таблицу.

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$-3 < x < 2$	$(-3; 2]$	

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$-3 \leq x \leq 2$	$[-3; 2]$	
$-3 \leq x \leq 2$		
$-3 < x \leq 2$	$(-3; 2]$	
$x > 6$	$(6; +\infty)$	
$x < 10$	$(-\infty; 10)$	
$x \leq 10$	$(-\infty; 10]$	

2. Изобразите на координатной прямой множество чисел, удовлетворяющих неравенству:

а) $-8 < x < -2$



в) $x \geq 4$



б) $0 \leq x < 6,5$



г) $x \leq -2$



3. Изобразите на координатной прямой числовые промежутки:

а) $(-5; 2)$



в) $(5; +\infty)$



б) $[6; 9]$



г) $(-\infty; 3]$



4. Укажите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:

а) $[-16; -10]$ _____ ;

в) $(-\infty; 44)$ _____ ;

б) $[-1; 18)$ _____ ;

г) $(-3; 0)$ _____ .

5. Укажите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

а) $\left[-10\frac{1}{3}; -2\frac{2}{3}\right]$ _____ ;

в) $\left[3\frac{4}{7}; +\infty\right)$ _____ ;

б) $(-11,7; 1,06)$ _____ ;

г) $(-6; 3,7]$ _____ .

6. Заполните таблицу:

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$-6 < x < 2$		
$3 \leq x \leq 7$		
$x \geq 5$		

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$x > 2$		
$x \leq 3$		
$x < -3$		

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Покажите штриховкой на координатной прямой пересечение числовых промежутков:

а) $(2; 6)$ и $(4; 11)$



б) $[-5; 5]$ и $[-8; 8]$



в) $(2; +\infty)$ и $(8; +\infty)$



г) $(-\infty; 6)$ и $(-\infty; 0)$



2. Имеют ли общие точки:

а) отрезок $[2; 3]$ и интервал $(1; 4)$;

б) отрезки $[2; 4]$ и $[3; 5]$?

Если имеют, изобразите их штриховкой на координатной прямой.

Решение:

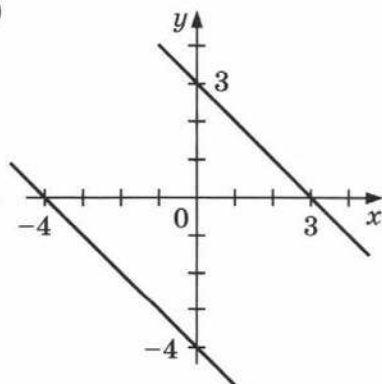
а) _____;

б) _____.

3. На координатной плоскости изображены графики двух линейных функций. Укажите значения x (если они существуют), при которых значения обеих функций одновременно положительны; отрицательны.

Решение:

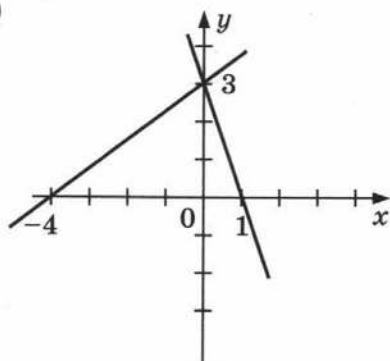
а)



положительны при _____

отрицательны при _____

б)



положительны при _____

отрицательны при _____

VI. Развиваем логическое мышление.

На доске написаны числа 1, 2, ..., 2017.

Разрешается стереть любые два числа и заменить их на разность этих чисел. Можно ли такими операциями добиться того, чтобы в какой-то момент на доске были написаны только нули?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерности.

Продолжите ряд:

а) 1, 10, 3, 9, 5, 8, 7, 7, 9, 6, ?, ?, ?, ?, ?;

б) 77, 49, 36, 18, ?, ?, ?.

Решение: _____

Ответ: _____

Решение неравенств с одной переменной

34

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Что называется решением неравенства?
2. Является ли решением неравенства $3x - 11 > 1$ число 5; число 2?
3. Что значит решить неравенство?
4. Какие свойства неравенств применяются при их решении?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о том, как можно решать неравенства первой степени, используя график линейной функции.

III. Исследуем.

Что является решениями неравенства $|x| \leq a$ и $|x| \geq a$, если $a > 0$?

Ответ: _____.

IV. Учимся делать выводы.

1. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

1) для решения неравенства с одной переменной, которое сводится к линейному, нужно:

1) перенести члены, содержащие неизвестное, в _____ часть, а члены, не содержащие неизвестное, в _____ часть (свойство 1);

2) приведя _____ члены, разделить обе части неравенства на _____ при неизвестном, если он не равен нулю (свойство 2).

2. Покажите, что число -3 является решением неравенства:

а) $\frac{1}{3}x - 4 < -1$ _____

б) $-\frac{2}{3}y + 2 \geq 1$ _____

3. Решите неравенство устно и запишите ответ в виде числового промежутка и в виде неравенства, задающего этот числовой промежуток:

а) $x + 4 < 7$;

в) $2x < 8$;

Ответ: _____

Ответ: _____

б) $x - 5 > 9$;

г) $-4x < 16$;

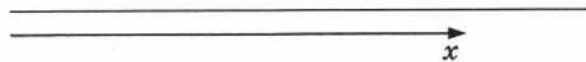
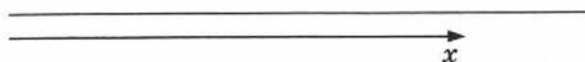
Ответ: _____

Ответ: _____

4. Решите неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

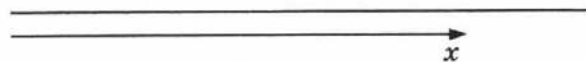
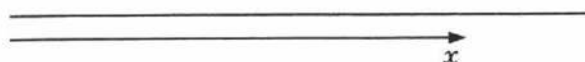
а) $3x + 8 < 17$

в) $13 - 4x > 5$



б) $2 - 3x < 20$

г) $6x - 7 > 11$



5. Решите неравенство:

а) $4x - 3 < 2x + 7$;

б) $5 - 3x < 17 - 5x$;

в) $x + 24 < 9x + 26$;

г) $13x + 6 \geq 14x + 4$.

6. Решите неравенство:

а) $6(x - 6) > 2(x - 4)$;

в) $7(y + 3) < 9(y - 1)$;

Ответ: _____

Ответ: _____

б) $\frac{x-5}{4} < 2$;

г) $\frac{2x-5}{2} \geq \frac{3-x}{3}$.

Ответ: _____

Ответ: _____

7. Решите неравенства:

а) $4(a + 2) + 3(a + 1) > 7(a + 1) + 2$;

Ответ: _____

б) $-(8t - 2) - 2(t - 3) > 0$;

Ответ: _____

в) $(x + 5)^2 - (x - 2)(x + 4) \leq 8(x + 1)$;

Ответ: _____

г) $\frac{x-4}{4} + \frac{x-1}{3} \geq 2$.

Ответ: _____

8. Найдите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства:

а) $5 - 6(x - 1) > 2(5 - x)$;

б) $2a - 11 < a + 13$.

Ответ: _____

Ответ: _____

9. Решите неравенство:

а) $\frac{3x}{7} > 1$;

в) $\frac{2x-1}{3} \leq 1$;

Ответ: _____

Ответ: _____

б) $\frac{7x}{11} > 2$;

г) $\frac{23-5x}{11} > 1$.

Ответ: _____

Ответ: _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Являются ли равносильными неравенства?

а) $3x + 2 > 5$ и $5 < 3x + 2$ _____;

б) $3x > 7$ и $x - 2 > 5 - 2x$ _____;

в) $7 < 2 - x$ и $3x < 2x - 5$ _____;

г) $4x - 3 > 1$ и $-4x + 3 < -1$ _____.

2. Может ли линейное неравенство с одним неизвестным:

а) быть верным при любом значении неизвестного; _____;

б) не иметь решений? _____.

3. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{0,7x - 2}$;

в) $\sqrt{4x + (x - 2)^2}$;

б) $\sqrt{4 - 0,5x}$;

г) $\sqrt{4x - (x + 2)^2}$?

а) _____; в) _____;

б) _____; г) _____.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

4. При каких значениях a квадратное уравнение $5x^2 - 3x + a = 0$

а) не имеет корней _____;

б) имеет два различных корня _____;

в) имеет решение? _____.

5. Найдите, при каких значениях a корень уравнения $3(x - 2a) + 5(x + 4a) = 7$ является положительным числом.

Решение: _____

Ответ: _____.

6. При каких значениях x значения функции $y = 5 - 8x$

а) положительны _____;

б) неотрицательны _____;

в) не меньше 21 _____;

г) не больше -2 ? _____.

7. При каких значениях x точки графика функции $y = -3x + 8$ лежат выше точек графика функции $y = 2x + 1$?

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $2ax + 15 > 10x + 3a$ при любом значении a .

Решение: _____

Ответ: _____.

VI. Развиваем логическое мышление.

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

– за 3 золотые монеты получить 4 серебряные и одну медную;

– за 7 серебряных монет получить 4 золотые и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После обменного пункта золотых монет у него не появилось, зато появилось 42 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Решение: _____

Ответ: _____.

Решение систем неравенств с одной переменной

35

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Что называют решением системы неравенств?
2. Что значит решить систему неравенств?
3. Является ли решением системы неравенств $\begin{cases} 2x > 3, \\ 3x < 10 \end{cases}$ число 3? число 5?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о том, как и почему появились знаки неравенств.

III. Исследуем.

При каких значениях a число 4 является решением системы $\begin{cases} x - 4a > 1, \\ 2x - 3a < 13, \end{cases}$ а число 7 не является решением этой системы?

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Из чисел, записанных рядом с системой неравенств, выберите те, которые являются решениями системы, и заполните таблицу.

а) $\begin{cases} x + 3 < 6, \\ 3 - x \leq 4; \end{cases}$ -2; -1; 0; 2

в) $\begin{cases} 4x - 3 \geq 1, \\ x + 8 > 4; \end{cases}$ -3; 0; 1; 3

б) $\begin{cases} 3x - 3 \leq 3, \\ x - 4 > -3; \end{cases}$ -3; 2; 1; 4

г) $\begin{cases} x - 9 < -4, \\ 2x - 1 < 8. \end{cases}$ -4; 0; -1; 2

Система	а)	б)	в)	г)
данные числа	-2; -1; 0; 2	-3; 2; 1; 4	-3; 0; 1; 3	-4; 0; -1; 2
Решения 1-го неравенства	-2; -1; 0; 2			
Решения 2-го неравенства	-1; 0; 2			
Решения системы	-1; 0; 2			

2. Изобразите решения данной системы неравенств на координатной прямой и запишите ответ:

а) $\begin{cases} x < 4 \\ x > -2 \end{cases}$

г) $\begin{cases} x < 5 \\ x < 7 \end{cases}$

$$\text{б) } \begin{cases} x \leq -5 \\ x > -10 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x \leq 10 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x > 4 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____; д) _____; е) _____.

3. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x - 0,7 > 0, \\ -6x < 12; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3 - x \leq 0, \\ x - 5 \leq 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1 > 4x, \\ 7x - 1 > 0; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 0,8x - 2,4 < 0, \\ \frac{2}{3} \cdot x > 1. \end{cases}$$

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

4. Укажите допустимые значения переменной:

$$\text{а) } \sqrt{5 - 2x} + \sqrt{1 + x};$$

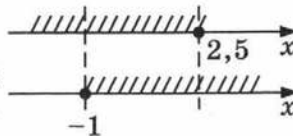
$$\text{в) } \sqrt{x - 1} + \sqrt{2x + 6};$$

$$\text{б) } \sqrt{x} - \sqrt{4 - x};$$

$$\text{г) } \sqrt{4x + 8} - \sqrt{5 - 2x}.$$

Решение:

$$\text{а) } \begin{cases} 5 - 2x \geq 0, \\ 1 + x \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x \geq -5, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq -1. \end{cases}$$



Ответ: $[-1; 2,5]$.

б) _____

в) _____

г) _____

Ответ: а) $[-1; 2,5]$; б) _____; в) _____; г) _____.

5. Найдите натуральные значения x , удовлетворяющие системе неравенств. $\begin{cases} x + 3 < 4 + 2x, \\ 5x - 3 < 4x - 1. \end{cases}$

Решение: _____

Ответ: _____

6. Решите двойное неравенство:

$$\text{а) } 1 < 2x - 1 < 5;$$

$$\text{в) } -7 < 5x + 3 \leq 11;$$

$$\text{б) } -11 \leq 1 - 3x < -2;$$

$$\text{г) } 1 < 7 - 4x < 6.$$

Решение:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 1 < 5, \\ 2x - 1 > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < ______, \\ 2x > ______; \end{cases} \quad \begin{cases} x < ______, \\ x > ______; \end{cases}$$

Ответ: _____

б) _____

в) _____

г) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Приведите пример системы, содержащей неравенство $x \leq 2$ и имеющей решением:

а) отрезок _____;

б) интервал _____;

в) полуинтервал _____;

г) луч _____.

2. Приведите пример системы неравенств, не имеющей решений, если одно из неравенств системы $x \leq -3$.

3. Замените a каким-либо числом так, чтобы множество целых чисел, удовлетворяющее системе

$$\begin{cases} 2x > 34,6, \\ 3x - a < 0, \end{cases}$$

а) состояло из шести чисел;

Решение:

б) было пустым множеством.

а) _____

б) _____

4. При каких значениях a не имеет решений система неравенств?

а) $\begin{cases} 0,6x - 4,2 < 0,; \\ x - a > 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 0,3x - 1,5 < 0, \\ 2x - a > 0. \end{cases}$

Решение:

а) _____

б) _____

Ответ: _____.

5. При каких значениях a система имеет решения?

а) $\begin{cases} x - 2 \geq 0,8,; \\ 2x - a \leq 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 12 + 3x \leq 6, \\ 4x - a \geq 0. \end{cases}$

а) _____

б) _____

Ответ: _____

6. При каких значениях a решение системы уравнений

$$\begin{cases} 3x + y = a - 2, \\ x - y = a - 1 \end{cases} \text{ удовлетворяет условию: } x \leq 0, y \geq 0?$$

Решение: _____

Ответ: _____

7. Решите задачу.

Если бы велосипедист проезжал в день на 8 км больше, чем на самом деле, то за 7 дней он проехал бы меньше 420 км. Если бы он проезжал в день на 6 км меньше, чем на самом деле, то за 14 дней он проехал бы больше 420 км. Сколько километров мог проезжать за один день этот велосипедист?

Решение:

Пусть за один день велосипедист проезжал x км. Если бы он проезжал в день на 8 км больше, т. е. _____ км, то за 7 дней он проехал бы _____ км.

По условию _____ < 420 .

Если бы велосипедист проезжал в день на 6 км меньше, т. е. _____ км, то за 14 дней он проехал бы _____ км.

По условию _____

Получили систему: _____

Ответ: Велосипедист мог проезжать за день больше _____ км, но меньше _____ км.

VI. Развиваем логическое мышление.

Имеются 132 гири весом 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, ..., 132 г. Можно ли разложить эти гири на три кучки так, чтобы в каждой кучке было одинаковое число гирь и вес каждой кучки был бы одинаков?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Сравниваем.

В двух бочках было воды поровну. Количество воды в первой бочке сначала уменьшилось на 20%, а затем увеличилось на 20%. Количество воды во второй бочке сначала увеличилось на 20%, а затем уменьшилось на 20%. В какой бочке стало больше воды?

Решение: _____

Ответ: _____

Определение степени с целым отрицательным показателем

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Сформулируйте определение степени a^n , где $a \neq 0$ и n — натуральное число.
2. Приведите пример вычисления степени числа с целым отрицательным показателем.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об истории развития понятия степени.

III. Исследуем.

Укажите значения a , для каждого из которых уравнение $x + x^{-1} = a$ имеет два корня; один корень; не имеет корней.

IV. Учимся делать выводы.

1. Воспользовавшись определением степени с отрицательным показателем, запишите в виде степени с положительным показателем следующие выражения:

- а) $2^{-2} =$ _____; г) $a^{-6} =$ _____; ж) $(a - b)^{-2} =$ _____;
 б) $15^{-2} =$ _____; д) $x^{-3} =$ _____; з) $(x + y)^{-2} =$ _____;
 в) $33^{-4} =$ _____; е) $c^{-4} =$ _____; и) $(2a)^{-5} =$ _____.

2. Вычислите:

- а) $9 \cdot 3^{-2} =$ _____; г) $3 \cdot 9^{-2} =$ _____;
 б) $4 \cdot 2^{-2} =$ _____; д) $4 \cdot 2^{-4} =$ _____;
 в) $2 \cdot 3^{-1} =$ _____; е) $6 \cdot 3^{-2} =$ _____.

3. Вычислите:

- а) $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3} =$ _____; в) $(-0,8)^{-1} =$ _____;
 б) $(2,125)^{-1} =$ _____; г) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} =$ _____.

4. Вычислите:

- а) $\left(\frac{10}{3}\right)^{-3} =$ _____; д) $-(12)^{-2} =$ _____;
 б) $\left(-\frac{9}{11}\right)^{-2} =$ _____; е) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} - 4^{-2} =$ _____;

в) $(0,2)^{-4} =$ _____ ; ж) $(0,2)^{-2} + (0,5)^{-5} =$ _____ ;
 г) $(0,5)^{-1} =$ _____ ; з) $-(11)^{-2} + 11^0 =$ _____ .

5. Найдите значение выражения:

а) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left((-2)^2 : \frac{1}{2}\right) : 8 =$ _____

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(-\frac{6}{7}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : 2 =$ _____

в) $(2^{-1} + 3^{-1})(2^{-1} - 3^{-1}) + (2^{-1} \cdot 2^0)^{-4} : 2^3 =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Сравните a и a^{-1} , если:

- а) $a > 1$ _____
 б) $0 < a < 1$ _____
 в) $-1 < a < 0$ _____
 г) $a < -1$ _____

2. Расположите числа в порядке убывания.

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 ; \left(\frac{1}{2}\right)^0 ; \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} ; \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

б) $3^{-1} ; 3^2 ; 3^0 ; 3^{-2} ; 3^3 ; 3^{-3}$

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 ; \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} ; \left(\frac{1}{4}\right)^0 ; \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} ; \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

3. Решите уравнение:

а) $7x + 8x^{-1} = 30$;

б) $\frac{5}{x-2} - 2(x-2)^{-1} = 1$.

Решение:

а) _____ б) _____

_____ ; _____ .

Ответ: _____ ; Ответ: _____ .

4. Решите неравенство:

а) $x^{-1} > 0$ _____

б) $(5 - 2x)^{-1} < 0$ _____

в) $(x + 2)^{-1} < 0$ _____

VI. Развиваем логическое мышление.

Из пяти следующих утверждений о результатах матча хоккейных команд «Биссектриса» и «Медиана» четыре истинны, а одно — ложно. Определите, с каким счётом закончился матч и укажите победителя (если матч завершился победой одной из команд).

- 1) Выиграла «Медиана».
- 2) Всего в матче было забито менее 14 шайб.
- 3) Матч закончился вничью.
- 4) «Биссектриса» забросила более 5 шайб.
- 5) Всего в матче было заброшено более 12 шайб.

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерности.

Вставьте пропущенные числа.

а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, ?, ?, ?$;

б) 2, 12, 36, 80, 150, ?, ?, ?.

Свойства степени с целым показателем

38

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Сформулируйте свойства произведения и частного степеней с одинаковыми основаниями и целыми показателями.
2. Как возвести степень в степень?
3. Как возвести произведение и частное в степень?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о степени с целым показателем в химии, физике, биологии.

III. Исследуем.

Корни x_1 и x_2 уравнения $px^2 - 5x + 1 = 0$ связаны соотношением $x_1^{-2} + x_2^{-2} = 13$. Найдите p .

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Допишите свойства степени с целым показателем:

а) Для каждого $a \neq 0$ и любых целых m и n :

$$a^m \cdot a^n = \underline{\hspace{2cm}}; \quad a^m : a^n = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (a^m)^n = \underline{\hspace{2cm}};$$

б) Для каждого $a \neq 0$, $b \neq 0$ и любого целого n :

$$(ab)^n = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. Найдите значение выражения:

а) $5^{-4} \cdot 5^6 = \underline{\hspace{2cm}};$ д) $6^{-4} : 6^{-6} = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $3^4 \cdot 3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}};$ е) $2^{-5} : 2 = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $10^9 \cdot 10^{-6} = \underline{\hspace{2cm}};$ ж) $3^{-4} : 3^{-7} = \underline{\hspace{2cm}};$

г) $5^{-16} \cdot 5^{18} = \underline{\hspace{2cm}};$ з) $7^{-2} : 7^{-4} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. Вычислите:

а) $((-3)^{-4})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}};$ г) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $(2^{-2})^{-2} = \underline{\hspace{2cm}};$ д) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right)^1 = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $(5^{-4})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}};$ е) $\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{-1}\right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. Вычислите:

а) $5^{-17} \cdot 5^{19} : 5^0 = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $4^{-10} : 4^{-12} : 4^2 = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 : 3^{-1} = \underline{\hspace{2cm}};$

г) $(17^{-2})^2 : 17^{-5} = \underline{\hspace{2cm}};$

д) $12^{-6} \cdot 12^5 : 12^3 = \underline{\hspace{2cm}};$

е) $(15^{-2})^2 : 15^{-8} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. Представьте выражение в виде степени с основанием 3 и найдите его значение:

а) $81 \cdot 3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}};$ в) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 81^2 = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $3^{-2} \cdot 81^2 = \underline{\hspace{2cm}};$ г) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-1} \cdot 3^2 = \underline{\hspace{2cm}};$

6. Представьте выражение в виде степени с основанием 2 и найдите его значение:

а) $\frac{1}{32} \cdot 2^8 = \underline{\hspace{2cm}};$ г) $\left(\frac{1}{64}\right)^{-1} : 2^{10} \cdot 2^0 = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $64 \cdot (2^{-2})^2 = \underline{\hspace{2cm}};$ д) $16 \cdot 64 : (2^{-2})^{-5} = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $8^{-2} \cdot 4^3 = \underline{\hspace{2cm}};$ е) $64^{-1} \cdot 4^3 : (2^{-3})^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. Вычислите:

а) $5^3 \cdot 7^5 : 35^3 = 5^3 \cdot 7^5 : (5 \cdot 7)^3 = \frac{5^3 \cdot 7^5}{5^3 \cdot 7^3} = 7^2 = 49;$

б) $5^{12} \cdot 4^8 : 20^8 =$ _____;

в) $5^8 \cdot 4^5 : 20^5 =$ _____;

г) $4^{12} \cdot 3^{10} : 12^9 =$ _____;

д) $5^8 \cdot 3^5 : 15^4 =$ _____.

8. Представьте в виде степени числа b выражение:

а) $(b \cdot b^2)^2 =$ _____;

б) $b^5 : (b^2 : b) =$ _____;

в) $b^{-2} \cdot b^3 : b^4 =$ _____;

г) $(b^2 \cdot b^4 \cdot b^6) (b^{-2} : b) =$ _____;

д) $(b^3 : b)^2 : (b^2 : b^3)^3 =$ _____;

е) $\left((b^{-2})^{-2}\right)^{-2} : (b : b^{-1})^2 =$ _____.

9. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении переменной:

а) $\frac{a^8 (a^{-4})^2}{a^{-3} \cdot a}$ при $a = 5^{-1}$

б) $\frac{(c^{-3})^5 \cdot c}{c^{-7} \cdot c^{-5}}$ при $c = 4$

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Найдите все целые числа n , удовлетворяющие равенству:

а) $3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 3^n = 3^7$ _____;

б) $2^{-6} \cdot 2^8 \cdot 2^n = (2^6)^2$ _____;

в) $(3^5)^{-2} \cdot 27 : 3^{-n} = 81$ _____.

2. Найдите все натуральные числа n , удовлетворяющие условию:

а) $32 < 2^n < 128$ _____;

б) $2 \cdot 16 \geq 2^n > 4$ _____;

в) $9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$ _____.

3. Упростите выражение:

а) $\frac{x^{-2} - y^{-2}}{y + x} =$ _____;

б) $\frac{ab^{-1} - ba^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}} =$ _____.

4. Является ли тождеством равенство?

а) $(x + y)^{-2} = x^{-2} + 2x^{-1}y^{-1} + y^{-2}$

б) $x^{-2} - y^{-2} = (x^{-1} + y^{-1})(x^{-1} - y^{-1})$

5. При каком значении x верно равенство: $\frac{4^{2x-1} \cdot 5^{3x}}{20^{3x}} = 1$?

6. Найдите все значения переменной, при которых выражение $\left(\frac{m^3 - m}{1 + m^3} + (1 + m^2)^{-1}\right) : (5m - 2)^{-2}$ принимает значение $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

Решение:

Ответ:

VI. Развиваем логическое мышление.

Круг разделён на 6 секторов, в каждом из которых лежит по фишке. За ход разрешается взять любые две фишки и передвинуть их в соседние сектора.

Докажите, что такими операциями нельзя сдвинуть все фишки в один сектор.

Доказательство:

VII. Сравниваем.

Скорость сокола больше скорости чайки на 75 км/ч, а чайка летит быстрее стрижа в 1,5 раза. Найдите скорость сокола, если она больше скорости стрижа в 2 раза.

Решение:

Ответ:

Стандартный вид числа

39

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какую запись числа называют его стандартным видом?

2. Покажите на примере, как представить число в стандартном виде.
3. Что называют порядком числа?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение об А.Н. Крылове и его вкладе в развитие теории приближённых вычислений.

III. Исследуем.

Масса Земли $5,98 \cdot 10^{21}$ т, а масса воздуха, окружающего Землю, равна $5 \cdot 10^{15}$ т. На сколько порядков масса Земли больше массы воздуха?

Ответ: _____

IV. Учимся делать выводы.

1. Выполните действия и запишите ответ в стандартном виде:

а) $(0,3 \cdot 10^6) \cdot (1,5 \cdot 10^{-4}) =$ _____;

б) $(9,2 \cdot 10^4) \cdot (0,5 \cdot 10^{-4}) =$ _____;

в) $0,3 \cdot 10^5 + 1,7 \cdot 10^6 =$ _____;

г) $7,8 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4} =$ _____.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Сравните числа. На сколько порядков одно меньше другого?

а) $a = (0,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (35 \cdot 10^{-1})$ и $b = 0,006$

Решение: _____;

б) $a = \frac{4,2 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 10^{-5}}$ и $b = 0,006$

Решение: _____;

в) $a = (3,6 \cdot 10^6) \cdot (2 \cdot 10^2)$ и $b = 700\,000\,000$

Решение: _____;

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

2. Порядок числа x на n больше или меньше порядка числа y . Во сколько раз x больше y или x меньше y , если:

а) $n = 2$ _____;

б) $n = -3$ _____.

3. Назовите порядок числа x , если:

- а) $100 \leq x < 1000$ _____ ; в) $0,01 \leq x < 0,1$ _____ ;
 б) $10\,000 \leq x < 100\,000$ _____ ; г) $0,0001 \leq x < 0,001$ _____ .

VI. Развиваем логическое мышление.

30 студентов с пяти курсов придумали 40 задач для олимпиады, причём однокурсники — одинаковое число задач. А студенты с разных курсов — разное. Сколько студентов придумали по одной задаче?

Решение: _____

Ответ: _____ .

VII. Находим закономерности.

На доске было написано пять целых чисел. Сложив их попарно, получили следующие десять чисел: 0, 2, 4, 4.6, 8.9, 11, 13, 15. Какие пять чисел были записаны на доске?

Решение: _____

Ответ: _____ .

Сбор и группировка статистических данных

40

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. В каких случаях генеральная совокупность при исследовании заменяется выборочной?
2. Каким условиям должна удовлетворять выборка?
3. Объясните на примере, как по таблице частот находят среднее арифметическое, размах и моду.

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о том, чем занимается описательная статистика.

III. Исследуем.

Проведите опрос и узнайте, какой школьный предмет нравится учащимся 8-х классов вашей школы больше всего, определите статистические характеристики полученного ряда.

IV. Учимся делать выводы.

1. Закончите предложения.

- а) Модой ряда называется число, которое _____ в данном ряду;
- б) Медианой упорядоченного ряда с нечётным числом членов называется число, _____;
- в) Медианой упорядоченного ряда с чётным числом членов называется _____, записанных _____;
- г) Размахом ряда чисел называется _____ этих чисел.

2. Найдите среднее арифметическое, размах, моду и медиану ряда чисел:

- а) 30, 5, 23, 5, 28, 30;

Решение: _____

Ответ: _____

- б) 1, 2, 2, 3, 0, 2, 3, 1, 1, 2;

Решение: _____

Ответ: _____

3. Закинул старик невод в реку. Пришёл невод с таким уловом (в порядке вытаскивания):

Щ, О, П, П, О, К, Щ, З, Л, Щ, Л, О, О, К, Щ, К, К, О, П, П, Л, П, Л, Щ, З, П, П, О, П, О, Л, П, О, З, К, П, О, О, П, Л, З, П, К, Щ, К, О, О, О, Щ, Л, Л, Щ, К, К, О, О, Л, П, З, К, К, Щ, Щ, П, П, О, К, О, К, П, П, П, О, П, П, П, Щ, О, П, К.

Буквами обозначены: З — золотая рыбка; К — карась; Л — лещ; О — окунь; П — пескарь; Щ — щука.

- а) Проведите ранжирование ряда в алфавитном порядке.

З, З, З, З, З, К, К, К, К, К, К, К, К, К, К, К, К, К, _____

- б) Составьте таблицу абсолютных и относительных частот:

Вид рыбы	З	К	Л	О	П	Щ	Всего
Абсолютная частота	4	14					80
Относительная частота	$\frac{4}{80} \cdot 100 \approx 5\%$	$\frac{14}{80} \cdot 100 \approx 18\%$					100

- в) Какой процент пойманной рыбы составляют окуни?

- г) Используя полученную стариком выборку, оцените, какие виды рыб наиболее и наименее распространены в реке, где старик закинул невод.

Наиболее распространены — _____ наименее — _____

4. Учащимся восьмых классов школ города N была предложена контрольная работа по геометрии, содержащая 5 заданий. При подведении итогов составили таблицу, в которой указали число учащихся, верно выполнивших одно, два, три и т.д. заданий.

Число выполненных заданий	Число учащихся
0	—
1	25
2	51
3	85
4	221
5	144

Пользуясь этой таблицей, составьте таблицу относительных частот с точностью до 1%.

Решение: Находим общее число учащихся (сумма чисел в правом столбце); $n = 526$.

Относительные частоты вычисляем делением абсолютной частоты на 526 и умножаем на 100% (с округлением).

Число выполненных заданий	0	1	2	3	4	5	Всего
Абсолютная частота	0	25					526
Относительная частота (%)	0	5					

5. В детском обувном магазине «Котофей» за декаду было куплено 850 пар обуви. Кладовщик Сапожков проводил статистическое исследование и с этой целью записывал размеры каждой пятой из затребованных пар. Эти числа составили следующий ряд данных:

22, 23, 15, 20, 19, 16, 19, 22, 17, 15, 18, 17, 21, 18, 20, 16, 23, 15, 22, 18, 15, 21, 17, 23, 18, 16, 21, 18, 15, 22, 20, 22, 18, 22, 16, 21, 15, 18, 21, 17, 19, 16, 20, 22, 18, 17, 22, 21, 19, 16, 18, 22, 20, 23, 21, 22, 19, 21, 20, 17, 15, 18, 21, 22, 19, 23, 20, 18, 23, 15, 19, 22, 23, 19, 22, 17, 15, 21, 24, 21, 24, 20, 17, 23, 18, 21, 23, 16, 24, 19, 23, 22, 16, 22, 14, 25, 20, 19, 18, 18, 17, 20, 23, 20, 17, 22, 23, 19, 18, 23, 20, 20, 18, 19, 24, 18, 16, 20, 23, 16, 16, 17, 20, 22, 21, 24, 23, 19, 23, 23, 14, 20, 19, 15, 15, 18, 18, 23, 22, 17, 16, 16, 22, 19, 17, 15, 17, 15, 15, 20, 15, 18, 23, 19, 17, 23, 17, 15, 16, 16, 17, 16, 23, 17, 23, 24, 20, 21, 21, 19

а) Составьте таблицу частот (до 1%).

Размер обуви	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Всего
Абсолютная частота	15	15									170
Относительная частота (%)	9										

б) Определите моду ряда: _____

в) Найдите средний размер в этой выборке:

$$\frac{15 \cdot 15 + 16 \cdot 15 + \dots}{170} \approx \dots$$

6. В таблице показано распределение призывников района по росту:

Рост, см	Частота
155–160	6
160–165	10

Рост, см	Частота
165–170	28
170–175	36
175–180	48
180–185	26
185–190	16
190–195	8

По данным таблицы составьте новую таблицу с интервалом в 10 см.

Решение:

Рост, см	Частота
155–165	16
165–175	

Ответ: таблица распределения.

7. Ниже показана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) заводами сахарной промышленности некоторого региона:

12,0; 13,6; 14,7; 18,9; 17,3; 16,1; 20,1; 16,9; 19,1; 18,4; 17,8; 15,6; 20,8; 19,7; 19,7; 18,9; 19,0; 16,1; 15,8

а) Представьте эти данные в виде интервального ряда с интервалом длиной в 3 единицы.

б) Найдите, сколько сахара в среднем перерабатывал в сутки завод: 1) заменив каждый интервал его серединой; 2) используя заданный ряд. В каком случае средняя выработка найдена точнее?

Решение:

а) Найдём размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 20,8 - 12 = 8,8$. Так как задана ширина частичного интервала в три единицы, то все значения войдут в _____ интервала.

Таблица распределения:

Среднесуточная переработка сахара (тыс. ц)	12–15		18–21
Частота	3	7	

б) Найдём среднее значение суточной переработки сахара:

1) По интервальному ряду:

$$\frac{13,5 \cdot 3 + 16,5 \cdot \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}}{18} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ тыс. ц.}$$

2) По исходным данным: сумму всех значений (_____) разделим на количество наблюдений $n = \underline{\hspace{2cm}}$, получаем:

Ответ: _____.

8. Имеются данные о годовых надоях молока на молочной ферме.

Годовой надой молока, л	Число коров
до 1000	2
1000–2000	8

Годовой надой молока, л	Число коров
2000–3000	23
3000–4000	13
4000–5000	2

Заменяя каждый интервал его серединой, найдите средний годовой надой молока от одной коровы на этой ферме.

Решение: _____

Ответ: ≈ 2604 л.

V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Для службы в президентском полку отбирают призывников ростом не менее 175 см и не более 190 см.

а) Можно ли утверждать, что средний рост солдат этого полка равен 182,5 см?

б) Есть ли три группы призывников, про которые известно, что:

– в первой группе средний рост равен 180 см

– во второй группе максимальный рост равен 180 см

– в третьей группе минимальный рост равен 180 см

В каждой ли из этих групп заведомо есть призывник, годный к службе в президентском полку?

2. Средняя масса волнистых попугайчиков школьного живого уголка 45 г. Масса попугайчика Кеши равна 46 г. Верны ли следующие утверждения?

а) Все попугайчики, кроме Кеши, имеют массу 45 г.

б) Масса каждого попугайчика, кроме Кеши, меньше 45 г.

в) В живом уголке есть попугайчик, масса которого меньше 45 г.

г) В живом уголке есть попугайчик, масса которого равна 40 г.

3. а) В течение четверти Ваня получил следующие отметки по геометрии: три двойки, две тройки, четыре четвёрки и одну пятёрку.

Найдите среднее арифметическое и моду ряда отметок. Какую из этих характеристик Ваня предпочёл бы использовать для выставления четвертной отметки?

б) До конца четверти ещё две контрольные работы. Может ли Ваня улучшить четвертную отметку? Какие отметки ему достаточно получить за эти контрольные работы?

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

VI. Находим закономерность.

Найдите недостающие числа:

а) 2 5 7
6 1 7
1 4 ?б) 2 5 7
4 7 7
6 12 ?в) 7 16 9
5 21 16
9 ? 4г) 14 9 5
24 19 5
21 7 ?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Сравниваем.

Если из веса кита вычесть вес 26 слонов, то получится вес 40 лосей. Определите вес одного лоса, если известно, что он весит меньше кита в 300 раз, а слона на 4,5 т.

Решение: _____

Ответ: _____

Наглядное представление статистической информации

41

I. Развиваем математическую речь.

Перед вами несколько вопросов. Составьте из ответов на них рассказ и перескажите его соседу по парте.

1. Какие способы наглядного представления статистической информации вам известны?
2. В чём состоит каждый из этих способов?
3. Что называется гистограммой?
4. Как изображается на гистограмме общий объём исследуемой совокупности?

II. Находим информацию.

Используя справочную литературу и Интернет, подготовьте сообщение о дисперсии и среднем квадратичном отклонении. Как эти величины влияют на оценку статистических показателей?

III. Исследуем.

В таблице приведены средние месячные температуры (в градусах Цельсия), установленные для Москвы и Хабаровска для первого полугодия на основе наблюдений, проводившихся в течение 80 лет.

Месяц	Москва	Хабаровск
Январь	−9,3	−22,3
Февраль	−8,6	−17,2
Март	−3,4	−8,5
Апрель	5,1	3,1
Май	12,4	11,1
Июнь	16,7	17,4

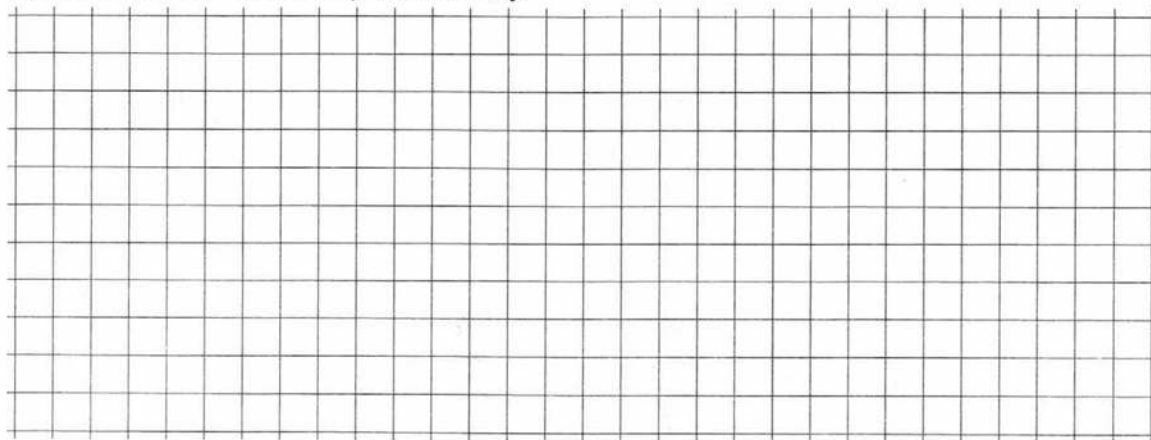
Найдите дисперсию и объясните, какие особенности климата отражены в значениях дисперсии.

IV. Учимся делать выводы.

1. 60 девятиклассников проверили на скорость чтения (количество слов за минуту чтения). Полученные данные занесли в таблицу:

Количество учащихся	Скорость чтения (слов в минуту)
5	91–100
15	101–110
10	111–120
25	121–130
5	131–140

- а) Постройте гистограмму.
б) Приблизительно оцените размах, моду.



2. Измерив рост 50 старшеклассников в сантиметрах, записали результаты в таблицу:

149 150 150 151 151 152 152 153 154 154
155 155 155 156 156 157 157 157 158 158
159 159 159 159 161 161 161 162 162 162
162 162 165 166 166 166 167 167 169 170
171 171 173 173 173 175 176 178 180 182

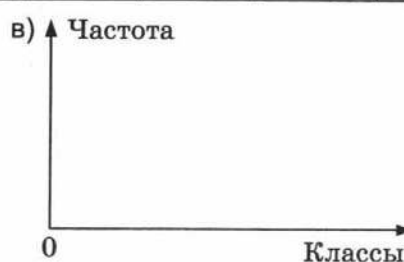
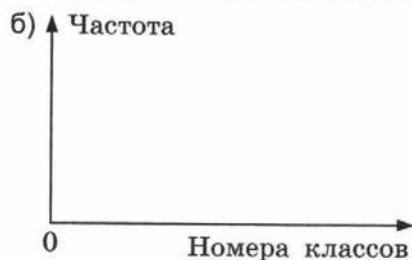
Сгруппировав данные по классам 145–149, 150–154, ..., 180–184:

- а) составьте таблицу распределения частот;
б) постройте полигон частот;
в) постройте столбчатую диаграмму.

Решение:

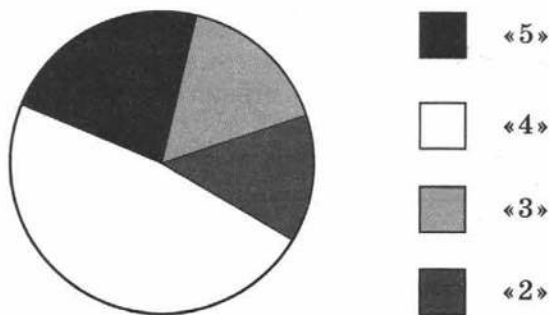
а)

Номер класса	1	2	3	4	5	6	7	8
Рост (см)	145–149							
Частота	1							



V. Анализируем и делаем правильные выводы.

1. Завуч школы подвела итоги контрольной работы по алгебре в восьмых классах и представила результаты на круговой диаграмме. Найдите моду ряда отметок и средний результат по контрольной работе.

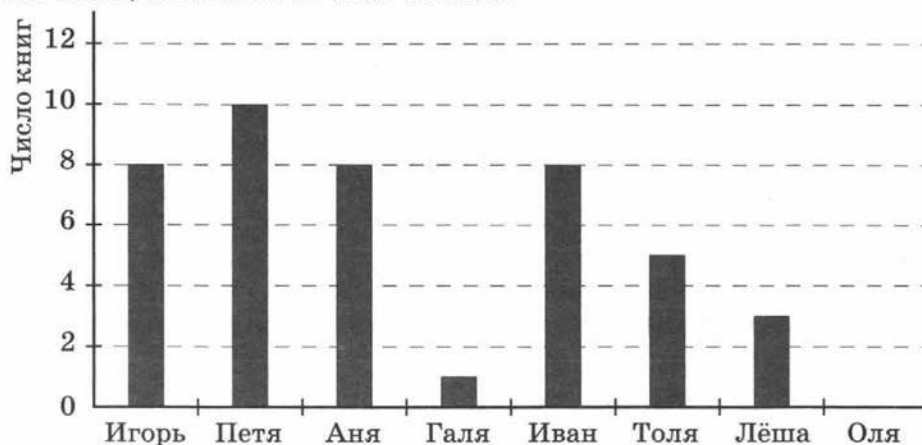


Решение: _____

Ответ: _____

2. Столбчатая диаграмма, изображённая на рисунке, показывает, сколько книг прочитал каждый из ребят за летние каникулы.

- Найдите среднее арифметическое и моду этого ряда данных.
- Оцените по этим данным, какое приблизительно количество книг прочитали за лето все ученики этой школы, если всего их 1200 человек.



VI. Развиваем логическое мышление.

Мотоциклист и велосипедист выехали одновременно из А в В. Проехав треть пути, велосипедист остановился и тронулся в путь лишь тогда, когда мотоциклисту оставалось лишь треть пути до В. Мотоциклист, доехав до В, без остановки поехал обратно в А. Велосипедист больше остановок в пути не делал. Кто приедет раньше: мотоциклист в А или велосипедист в В?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Находим закономерность.

Замените знаки вопроса соответствующими числами:

- 2, 3, 4, 9, 8, 27, ?, ?, ?;
- 7, 4, 3, 1, 2, -1, ?, ?, ?.

Решение: _____

Ответ: _____